

レポート問題

2024 年 1 月 5 日 (金) 13:30 を提出期限とします。提出先は数学事務室です。

A4 用紙の片面のみを使用すること。枚数自由。すべてのページに氏名・学籍番号を記載してください。

1. 多様体上の C^∞ 級微分形式とは何か。定義を説明せよ。(各点における接空間の概念は既知としてよい。)
2. 多様体上の微分形式 ω に対し $d(d\omega) = 0$ であることを証明せよ。
3. $H_{\text{dR}}^1(U) \neq 0$ をみたす \mathbb{R}^2 の領域 U の例を挙げ、 $H_{\text{dR}}^1(U) \neq 0$ である理由を説明せよ。

You are also allowed to write your solution in English.

1. Explain the definition of differential forms of class C^∞ on manifolds. (The concept of tangent spaces at each point may be assumed to be known.)
2. Prove that $d(d\omega) = 0$ holds true for an arbitrary differential form ω on a manifold.
3. Provide an example of a domain U in \mathbb{R}^2 for which $H_{\text{dR}}^1(U) \neq 0$, and show that $H_{\text{dR}}^1(U) \neq 0$.