

問題 12.A 次の関数  $f(x, y)$  について、与えられた点  $(a, b)$  における 2 次テイラー多項式を求めよ。(教科書の問 22.3.)

- (1)  $f(x, y) = e^{xy}$ ,  $(a, b) = (1, 1)$ .
- (2)  $f(x, y) = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ ,  $(a, b) = (1, 1)$ .

問題 12.B 次の関数  $f(x, y)$  について、極値をとる点をすべて求めよ。また各々の点で極大値、極小値のいずれをとるか述べよ。(教科書の問 23.1.)

- (1)  $f(x, y) = x^3 - y^3 - 3x + 12y$
- (2)  $f(x, y) = x^3 - 3axy + y^3$  ( $a > 0$ )
- (3)  $f(x, y) = (2x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$
- (4)  $f(x, y) = x^2y^2$  [注：講義の定理 12.4 だけでは判定できない例です。なんとかして調べる。どうしていいかわからなければ、教科書の例題 23.3 や、問 23.2 の略解が参考になるでしょう。]

問題 12.C (教科書の問 23.2.) 関数  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  を

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 - \frac{5x^2y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

によって定義する。

- (1)  $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ ,  $f_{xx}(0, 0)f_{yy}(0, 0) - f_{xy}(0, 0)^2 > 0$  を確かめよ。
- (2) 原点  $(0, 0)$  において  $f$  が極値をとらないことを確かめよ。また、これが講義の定理 12.4 に矛盾しない理由を説明せよ。[注：巻末の略解は、講義の定理 12.4 に矛盾しない理由には触れていません。]