

159. ρ -進体に関する二つの実例

(東北大) 国吉秀夫 1949.4.11

松島氏は 本誌 1113号で ρ 進体上の Abel 体 K/k の $N_{K/k}(A) = 1$ なる方が常に $\rho-1$ なる形の元の感になるならば 実は巡回体になることを証明されました。その際一般の Galois 拡大でも、この結果が同じ形で成り立つかどうかを問題とされましたが、一般には成り立たない様です。本誌の別項で他の問題を論じた際に証明なしに反例だけ述べて置きましたが、之は本誌 (2)13号の豊田五浪氏の結果と矛盾することになりますので、後で丁寧に述べて見たいと思います。

ρ 進体 k 上の有限 Galois 拡大体 K をとり、Galois 群を G とする。 K の元で $N_{K/k}(A) = 1$ なるもののなす群を $H(K/k)$ にて示す。

1° 先づ準備として次の結果を証明する (この証明は 淡中先生が示された。元の証明は少し長い。)

ρ を G の不変部分群とし、 G/ρ 巡回群、 ρ Abel 群、

$$G = \rho + \rho\sigma + \dots + \rho\sigma^{n-1}.$$

その時 ρ に対応する K/k の中間体 Z に於て

$$Z \rightarrow Z^{1-\sigma} N_{K/Z}^*$$

により $Z^*/N_{K/Z}^*$ の準同型対応を得る。この対応で 1 に対応する素 α (即ち $\alpha^{1-\sigma} \in N_{K/Z}^*$) の数は