

## 150. 複素-B-空間ノワ級数ニツイテノ小注意

霜田 伊左衛

複素-B-空間ヲ定義セラレ複素-B-空間ノ値ヲトル.  $n$ 次ノ齊次多項式ヲ  $U_n(x)$ トスレバ  $\sum U_n(x)$ ノ正則半径  $\rho$   $\rho$ ハ次式ヲ与ヘラレル<sup>2)</sup>

$$\frac{1}{\rho} = \sup_{\|x\|=1} \overline{\lim} \sqrt{\|U_n(x)\|}$$

$U_n(x)$  の  $y$  方向の *Gâteaux* 微分を  $U_{n-1,1}(x;y)$  とスレバ  
 $U_{n-1,1}(x;y)$  は  $x = \text{ツイテ}$   $n-1$  次ノ各次多項式ヲ  $y = \text{ツイテ}$  linear  
 トナル。此ノ小注意ニ於テハ  $\sum U_{n-1,1}(x;y)$  ヲ  $x = \text{ツイテ}$  ノ  $\Gamma$  級数ト  
 考ヘタトキ  $y = \text{無関係}$  ナ正則半徑ヲ確メル。

[定理]  $\sum U_{n-1,1}(x;y)$  ノ  $y = \text{無関係}$  ナ  $x = \text{ツイテ}$  ノ正則半徑ハ  $\tau$  デ  
 アル。<sup>2)</sup>

[証明]  $\sum U_{n-1,1}(x;y)$  ノ  $y = \text{無関係}$  ナ  $x = \text{ツイテ}$  ノ正則半徑ヲ  $\tau'$  ト

スレバ 暗カキ

$$\frac{1}{\tau'} = \sup_y \sup_{\|x\|=1} \overline{\lim} \sqrt[n]{\|U_{n-1,1}(x;y)\|}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{y}{\|y\|} \text{トスルニ} = \sup_{\|y'\|=1} \sup_{\|x\|=1} \overline{\lim} \left( \frac{\tau}{\|y'\|} \cdot \|U_{n-1,1}(x;y)\| \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \sup_{\|y'\|=1} \sup_{\|x\|=1} \overline{\lim} \sqrt[n]{\|U_{n-1,1}(x;y')\|}$$

特ニ  $x_1 = y'$  ナルトキ  $U_{n-1,1}(y';y') = n U_n(y')$ <sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} \overline{\lim} \sqrt[n]{\|U_n(y')\|} &= \lim \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \overline{\lim} \sqrt[n]{\|U_{n-1,1}(y';y')\|} \\ &\leq \frac{1}{\tau'} \end{aligned}$$

又ハ  $\|y'\|=1$  ノ如何ナル  $y'$  に対シテモ成立スルカラ

$$\frac{1}{\tau} \leq \frac{1}{\tau'}$$

$$\therefore \tau \leq \tau'$$

次ニ  $\|x\| < \tau$  ナル任意ノ  $x$  ト空間ノ任意ノ  $y = \text{ツイテ}$  十分小サイ正  
 数  $\rho$  ヲスレバ  $0 < \rho \|y\| < \tau - \|x\|$  ナラシメル等ガ出来る。

故ニ  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  ナルトキ 常ニ

$$\|x + \rho e^{i\theta} y\| < \tau$$

且ツ十分大ナル  $n = \text{ツイテ}$  適當ナ  $\omega$  (但シ  $0 < \omega < 1$ ) ガアリ

$$\|U_{n-1,1}(x;y)\| < \frac{1}{\rho} \omega^n \quad +)$$

故ニ  $\sum U_{n-1,1}(x;y)$  ハ  $y$  ヲ任意ニ固定スレバ  $\|x\| < \tau$  デ 絶

對収斂スル。依ッテ  $\Gamma$  級数ノ正則半徑ニ關スル定理ニヨリ  $x = \text{ツイテ}$  ノ  $\Gamma$  級数

$\sum U_{n-1,1}(x; y)$  は  $\|x\| < r$  で正則である。

之は  $y$  の如何ニカカワラナイカラ。

$$\zeta = \zeta'$$

$$\zeta = \zeta'$$

此ノ定理カラ容易ニ次ノ系ヲ得ル。

[系]  $U_n(x)$  ノ  $n$  次多項式ヲ  $U_{n-i,i}(x; y_1, y_2, \dots, y_i)$  トスルニテ。

$\sum_n U_{n-i,i}(x; y_1, y_2, \dots, y_i)$  ノ  $y_1, y_2, \dots, y_i =$  無制限ナラバ  $x =$  何ナル正則半徑ハテトナル。

1) 全国紙上数学談話会第2巻第7号 卷着: 線系-B-空間ニ於ケル7級級ニツイテ参照

2) *Marlín* 等ノ意味ノ正則半徑乃チ有界半徑ニツイテハ *Michael* & *Marlín* ノ研究ヲアル。

3) *A. E. Taylor: Additions to the Theory of Polynomials in Normed Linear spaces. Tohoku H. J. 44. 1938* 参照。

4) 1) ノ 219 頁参照:  $\alpha = \frac{e^{\xi'}}{r} < 1$ 。

[註] 1) ノ 定理 1 ニヨリ  $\sum U_n(x)$  ノ  $G$ -級分ハ  $\sum U_{n+1,1}(x; y)$  ナリ。

第  $i$  次  $G$ -級分ハ  $\sum U_{n-i,i}(x; y_1, y_2, \dots, y_i)$  ナルヲ知ル。