128. P-群ノ一例

(名大)　伊藤 昇 (1948. 11. 5)

exponent ヲ與ヘタ時正則性ヲ保存シタマヽ因数ヲ $\to\infty$ トシ出來ルカトノ問ニ對シ、ソレガ可能デアルコトヲ示サレタ。談話 1167, 1158 ノ中山先生ト岩沢先生ノ記事ニ対スル補足トシテ更ニモウ少シ簡單デ然モ任意ノ exponent キZニ対シテ同時ニ作レル例ガアルコトニ気ガツキマシタノデオ知ラセ致シマス。

一般ニ $\mathfrak{A}$ ヲ中心トスル $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2$ ニヨル拡大 $\bar{\mathfrak{G}}_1, \bar{\mathfrak{G}}_2$ 但シ $\bar{\mathfrak{G}}_1/\mathfrak{A} \cong \mathfrak{G}_1$, $\bar{\mathfrak{G}}_2/\mathfrak{A} = \mathfrak{G}_2$ ガアツタトキ $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_1 \times \mathfrak{G}_2$ ニヨル拡大 $\bar{\mathfrak{G}}$ ヲ單ニ $[\bar{\mathfrak{G}}_1, \bar{\mathfrak{G}}_2] = E$ トシテ得マスト、ソレノ中心ハ又 $\mathfrak{A}$ デアリマス。

ソノコトカラ中心ガ cyclic ナル様ナ P-群ヲ基礎ニ置イテソレヲ上ノ方法デ幾ツカクッツケテヤレバ始メノ問題ニ対スル答ガ得ラレルコトニナリマス。中心ガ cyclic ナル P-群ノ例ハ例ヘバ $Sp(\mathfrak{F}_{p^n})$ 等ガアリマス。以下述ベル例ハ class 2 ノモノデ一番簡單ト言ヘルノデハナイカト思イマス。尚 class 2 デ中心ガ cyclic ナル P-群ノ分類ニハ上ノ拡大ノ逆ノ操作ガ有效デス。然シソレハ既ニ Fite ガ 1903年ノ Transaction デヤッテ居ルト思イマス。

$\mathfrak{A} = \{A\}$ ヲ p^n 位ノ巡回群

$\mathfrak{G} = \{B_1, B_2, \dots, B_{2r-1}, B_{2r}\}$ ヲ $(p^n, p^n, \dots, p^n, p^n)$ 型ノアーベル群

トスルトキ

$\mathfrak{A}$ ノ $\mathfrak{B}$ ニヨル拡大 $\overline{\mathfrak{G}}$ ヲ次ノ如ク定義シマス.

$[A, B_i] = E$, $[B_{2i-1}, B_{2i}] = A$, $[B_{2i}, B_{2i-1}] = A^{-1}$ ソノ他ノ $[B_i, B_j] = E$

$$A^{p^n} = B_1^{p^n} = B_2^{p^n} = \cdots = B_{2r-1}^{p^n} = B_{2r}^{p^n} = E$$

ソウスルト $\overline{\mathfrak{G}}$ の実際 $p^{(2r+1)n}$ 位ノ群ニナルコトハ例ヘバ Schereir ノ理論カラモスグワカリマス.

$\mathfrak{A}$ ガ中心ナルコトコトモ見易イ.

要ニ

$$(A^x B_1^{x_1} B_2^{x_2} \cdots B_{2r-1}^{x_{2r-1}} B_{2r}^{x_{2r}})^n = A^{nx} B_1^{nx_1} B_2^{nx_2} \cdots B_{2r-1}^{nx_{2r-1}} B_{2r}^{nx_{2r}} \cdot A^{-\frac{n(n-1)}{2}(x_1 x_2 + \cdots + x_{2r-1} x_{2r})}$$

デスカラ $\overline{\mathfrak{G}}$ ノ exponent ハ

$p \neq 2$ ナラ p^n

$p = 2$ ナラ 2^{n+1}

ツイデナガラ $p=2$ ナルトキハ irregular. $p \neq 2$ ナラバ regular デアリマス.

以上 (1942. 1. 23 記)