

108. 下半モジュラリティ III

(名大) 伊藤 昇

Conformal ナ群ト lower semi-modular ナ群トノ関係ニツイテハ I,
II テハウマクユキマセンデシタガ. 結局次ノ定理ガ成立スル様チス

定理 1. $G: \text{conformal}$ $\Rightarrow G$ lower semi-modular
 $g = P_1^{e_1} \dots P_r^{e_r}, r \geq 4$
 $G > \forall H$ lower semi-modular

証明

$G \triangleright M, M^Z \Rightarrow M, M^Z_m \triangleright M \wedge M^Z$ ヲ言エバヨイ.

假定ニヨリ $G: M = P_i$ $i \neq 1$ ナラバ G/S_1 lower semi-modular
ダカラヨイ.

ダカラ $i=1$ トスル ソコデ inductionニヨル.

$e_1 > 1$ ナラバ $S_1(M) \triangleleft G$ ダカラ $G/S_1(M) = \text{induction}$ ガキク.

ソコデ $e_1 = 1$ トスル. ソウスルト高々唯一ツノ $i \neq 1$ ヲ除イテハ $S_i S_j$ ハ

nilpotent 何者. ソウデナケレバ $S_i S_i S_j, S_i = \{A\}, m \triangleright S_i S_j, S_i^A S_j^A$
デ $S_i S_j \wedge S_i^A S_j^A$ ハ $S_i S_j$ ノ maximal subgroupニナラナイ. ソレ

ハ $S_i S_i S_j$ ノ lower semi-modularityニ反スル. ソウダトスレバ後ハ
殆ク証明カデアリマセウ.

ソウスルト Conformal group ガ lower semi-modular デナケ
レバ. 位数ノ相異なる素因数ガ 2 ヌハ 3 ナル subgroup ノ中デ (ソレハ勿論
conformal) lower semi-modular デナイモノガアルワケニナリ
マス. 従ソテス ノ様ナモノノ中デ細小ナモノヲトレバ. ソレヲノ部分群ハ
スバテ lower semi-modular トナルワケデス.

定理 2.

$G: \text{conformal.} \neq \text{lower semi-modular}$	$G = \text{準同型} \text{ナ } G_0 \text{ デ}$
$g = P_1^{e_1} P_2^{e_2} P_3^{e_3}$	$\exists G_0: \text{conformal.} \neq \text{lower semi-modular}$
$G \triangleright H$ lower semi-modular	$\Rightarrow g_0 = P_1 P_2^2, P_1 P_2 P_3$
	($G \triangleright H$ lower semi-modular)

証明.

$e_1 = 1$ デ $G = \text{準同型}$ デ 求ムル性質ヲ有スル群ガアルコトハ定理 1 ノ証明カラ明
白. ソウスルト $P_1 P_2^{e_2}$ ナル位数ノ時ハ $P_1 P_2^{e_2-1}$ ナル位数ノ部分群ノ

lower semi-modularity カラ ソコデ 位数 $P_2^{e_2-2}$ ノ中心ガアル
コトニナリマスガ. ソレハ又モトノ群ノ normal subgroup デ. ソノ

factor group ハ求ムル性質ヲ有シマス. $P_1 P_2^{e_2} P_3^{e_3}$ ナル位数ノ時ハ

$P_1 P_2^{e_2}$ ナル位数ノ部分群ノ lower semi-modularity カラ. ソコ

デ 位数 $P_2^{e_2-1}$ ノ中心ガアルコトニナリマスガ. ソレハモトノ group ガ conformal

ナルコトカラ、ソノ *normal subgroup* ニナリマス。ソノ *factor group*
ハ位数 $p_1 p_2 p_3^{e_3}$ デ求メル性質ヲ有シ、更ニ $e_3 = 1$ デ求メル性質ヲ有スル
factor group ガ取レルコトモ容易デアリマス。

最後ニ求メタイハバ最良ニ *conformal* ナ *lower semi-modular*
ナ群ノ構造ヲ書イテシマウコトハ至難デハナイデセウ。尚ソレラハ *family* 2デ
アリマス。

以上

(1948. 6. 12)