

61. 前談話34の訂正及び二三の注意

東大学生 鈴木通夫

第4号、談話34に書きました「有限群の部分群の作る束について」の中に誤りがありますので、ここにそれを訂正させて戴きたいと思ひます。前から幾になつて居つたのですが、訂正も出さなれてゐた所、先日阪大の佐藤兄より御深辺な御注意を戴きましたので、ここにその訂正と、其の後の二三の結果をのべさせて戴きます。不注意をおわびし、わざわざ御注意下さつた佐藤兄に厚く御禮申し上げます。

1. 訂正： 前談話が束 \mathcal{L} のすべての元 $A \in \mathcal{L}$ について A/\mathfrak{A}_A (\mathfrak{A}_A は A の下に素な元の共通部分) が既約可補 modular 束になるしに對應する群は P -群及び p -群とのべましたがこれは明かに誤りで結果は次の様であります。

i p -群

ii $\mathcal{G} = \mathcal{Q} \cdot \mathcal{U}$ \mathcal{Q} は p -Abel 群且不変部分群

$\mathcal{Q} = \{Q\}$ $Q^p = 1$; すべての $P \in \mathcal{Q}$ に對して

$$Q \cdot P \cdot Q^{-1} = P^\mu \quad \mu \equiv 1 \pmod{p} \quad \mu \equiv 1 \pmod{p^n}$$

ここで p^n は \mathcal{Q} の中の最高位の元の *Ordnung* であります。

2. 前にも書きました様に p -群に束同型な群は又一般に p -群で例外は P -群及び巡回群であります。即ち p -群は或る意味で束論的に特徴づけられますがこれに關して次の定理を得ました。

定理 1. 群 \mathcal{G} の束 $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ が次の条件をみたすとする。1° 下半 modular 束 2° 任意の区間は既約且 3° すべての元 $A \in \mathcal{L}$ について $B|e$ が備てなければ同次元の元数 $\equiv p+1 \pmod{p^2}$ ($p > 2$) とする。しからば \mathcal{G} は p -群又は P -群である。ここで p は $\mathcal{L}(\mathcal{G})$ の任意の chain でない二次元の元 $B|e$ により定められる (原子元の数より) 素数とする。

(すべての $B|e$ が chain なら下半 modularity 及び recall-gemeinerte Quaternionengruppe になるからこれは除く。2群の束的な特徴付けは簡潔。上定理の逆は明らか。3° は Kulakoff の定理)

条件が多過ぎると思ひますが上の三つで P 部の束は特徴付けられます。証明はやはり $L(G)$ の次元に関する *induction* によるのですが条件 3 は $L(G)$ の次元が 3 の時にだけ必要であとは 3 対 1 に *induction* が成立します。

3° 前の談話で *Sylow* 群の対応の様子は割合分つたのですがこれを用ひますと不変部分群の対応の様子が少し分ります。次の

lemma $L(G) \cong L(G')$ で G は G/π が p 次の巡回群になる不変部分群を持つとする。 π に對應する π' が不変部分群でないならば G は $\mathcal{S}(C\pi)$ なる束自己同型で不変な \mathcal{S} を持ち G/\mathcal{S} は p -群、 G'/\mathcal{S} と \mathcal{S} 、 G'/\mathcal{S}' と \mathcal{S}' との位数は互に素。 G/\mathcal{S} が *abel* 群でなければ $G = P \times \mathcal{S}$ である。

$P \cong G/\mathcal{S}$ を用ひて不変部分群に関して次の結果を得ます。

定理 2 G と G' が束同型 G の不変部分群 π に對應する G' の群 π' が不変部分群でないとする。 G/π が p -群なら G は $L(G)$ の束自己同型で不変な部分群 $\mathcal{S}(C\pi)$ を持ち G/\mathcal{S} は p -群、 G/\mathcal{S} と \mathcal{S} 、 G'/\mathcal{S}' と \mathcal{S}' との位数は互に素で G/π が *abel* 群でなければ $G = \mathcal{S} \times P$ ($P \cong G/\mathcal{S}$) である。 G/π が $(p \dots p)$ 型の *abel* 群でない p -群なら G は束自己同型で不変な $\mathcal{S}(C\pi)$ を持ち G/\mathcal{S} は p -群になる。

これから $\mathcal{N}_p(G)$ は $G/\mathcal{N}_p(G)$ が p 位の巡回群でなければ G の束自己同型で不変なことがいはれます。

証明は G の位数に *induction* を用ひてやれば出来ます。 G/π が p -群の場合は *cyclic* の場合をやつてそれから一般の場合をやればよいのです。

定理 3. G と G' とは束同型とする。 G の不変部分群 π に對應する G' の部分群を π' とする。

G/π の束の直積因子に對應する群がすべて p -群でも p -群でもないとするとき π' は又不変部分群である。

証明は $L(\pi)$ の次元に関する *induction* によります。前に述べた *Sylow* 群の対応に関する定理特に G の p -*Sylow* 群を素数中位でない群に持つ束自己同型があれば $L(G)$ は直積因子に既約すれば *modular* 束を持つことを用ひて証明されます。

以上のことから.

定理 4. $L(\mathfrak{G}) \cong L(\mathfrak{G}')$ が *auflösbar, einfach* なら \mathfrak{G}' も *auflösbar, einfach* であることが分ります. \mathfrak{G} が単純群の場合 $L(\mathfrak{G}) \cong L(\mathfrak{G}')$ なる \mathfrak{G}' は同じ order の単純群なので恐らく同型になると思はれますが、これを明しては句も分つて居りません. 功に御教示をお願い致します.

—(以上)—

(1947. 8. 10)