

### 36. Analytic operations to analytic operational equations II

清水辰次郎

§4. 複素数バナハ空間  $E$  の 既空間ヲ  $\bar{E}$  トシ, ソノ要素ヲ  $X, Y, \dots$  トス  
 $\bar{E}$  ハノルムノ意味デ又バナハ空間ヲ作ルカラニ次 三次...ノ高次オペレー  
 ションヤ解的的オペレーションガ定義セラレル. ソレヲ前ト同様  $U_2(x)$   
 $U_3(x), \dots, F^*(x)$ , 等ト表ハス.

前節ト同様ニ  $F^*(x)$  ノ展開ヲ

$$Y = X + \bar{U}_1(x) + U_2^*(x) + U_3^*(x) \dots \dots \dots (2)$$

トスルトキ  $\bar{U}_1(x) \equiv 0$  ナル場合 ハ §2 ノ時ト全ク同様ニシテ逐次近  
 似解法ニテ充分小ナル  $\delta = \epsilon$  シテ  $\|Y\| < \delta = \epsilon$   $\|X\| < \delta$  ナル (2) ノ解ガ唯一  
 ツ存在スル.  $\epsilon$   $Y$  トワクトキ  $\epsilon$  ニ順シテ解折函数トナルコトモ全ク同様デアル.

§5.  $\bar{U}_1(x)$  ノ項ノアル場合ハ §3(2) ノ場合ニハ  $X + \bar{U}_1(x) = 0$  ハ  $X \equiv 0$  ノ外

二解ナク  $X + \overline{U}_1(X) = Z$  ハ唯一ツノ解  $X = Z - \overline{U}_1(Z)$  バアル。

(Schauder-Borsq ノ定理) カラ 全 同 様 ニ シ テ (2) ハ  $\|Y\| < \delta = \epsilon$   $\|X\| < \delta$  ナル 解 ガ 唯 一 ツ 存 在 スル コ ト ガ ワ カ ル。

§ 3 (II) ノ 場 合 ニ ハ  $X + \overline{U}_1(X) = Z$  ガ 解 ヲ モ ツ タ メ ノ 必 要 且 充 分 ナ 條 件 ハ  $X + \overline{U}_1(X) = 0$  ノ 線 型 独 立 ナ ル 解  $X_1, X_2, \dots, X_p =$  対 シ,  $Z(X_i) = 0$ ,  $(i = 1, 2, \dots, p)$  ナ ル コ ト ニ テ ソ ノ ト キ 解 ハ

$$X = Z - \overline{U}_1(Z) + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_p X_p$$

依 ツ テ (2) ガ 解 ヲ モ ツ タ メ ノ 必 要 且 充 分 ナ ル 條 件 ハ

$$Y(X_i) - \sum_{j=1}^{\infty} U_j^*(X(X_i)) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3)$$

解 ハ  $\dots X = Y - \sum U_j^*(X) - \overline{U}_1(Y - \sum U_j^*(X)) + \sum \alpha_j X_j$

カ ラ 逐 次 近 似 解 法 ニ テ 得 ラ レ ル。

§ 3 (II) ノ ト キ ト 全 ク 同 様 ニ シ テ  $\beta' Y = Y$  ト ヲ ケ バ (3) 條 件 式 ハ  $\beta' \alpha_i, \dots, \alpha_j =$  解 スル 巾 級 数  $P(\alpha_1, \dots, \alpha_j, \beta') = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p)$  ト ナ ル。 コ レ カ ラ 巾 級 数 全 ク 同 様 ニ シ テ,  $\beta'$  ノ 小 ナ ル 値 ニ 対 シ  $\alpha$ , 根 ノ 数 ニ ヨ リ (2) ノ 解 ノ 数 ニ 關 スル 關 係 ガ 得 ラ レ ル。

§ 1 ノ 方 程 式 ハ Volterra ヤ Schmidt 等 ノ 非 線 型 積 分 方 程 式 (  $\int_0^t \int_0^t K(st)^2 ds dt < \infty$  等 ノ 條 件 ノ モ ト = ),

$$y(s) = z(s) + \int K(st) x(t) dt + \iint K(st, t_2) z(t_1) x(t_2) dt_1 dt_2 + \dots \quad (4)$$

等 ノ 解 ヲ 特 別 ノ 場 合 ト シ テ 含 ん デ キ ル コ ト ハ 勿 論 ナ ル ガ 方 程 式 (4) ニ 關 シ テ ハ 別 ハ バ  $L^2$  空 間 ニ 於 イ テ

$$y = \overline{U}_1(x) = y(s) = \int_0^s K(s,t) x(t) dt \quad x \in L^2, y \in L^2$$

カ ラ  $Y = \overline{U}(X) =$  ハ  $Y(s) = \int_0^s K(st) x(s) ds$  ガ 対 応 スル コ ト カ ラ

(4) ノ 解 ノ 存 在 一 意 性 多 意 性 カ ラ 決 ヲ

$$y(s) = x(s) + \int K(st) x(t) dt + \iint K^*(st, t_2) x(t_1) x(t_2) dt_1 dt_2 + \dots$$

ノ 解 ノ ソ レ ガ 出 ル コ ト ガ 含 マ レ テ キ ル。

1947. 3. 19