4. 連續函数空間の一特性付けに就て

中村正弘（阪大）

（10月2日受付）

Compact空間上の連續函数全体はBanach空間，vector束ノルム環を考へる事が出来ます。戦争の始まる少し前に，角谷，吉田 中野 Krein Stone，Gelfandの諸氏によつて vector束 vector束環 ノルム環を與へて 連續函数空間と同型に表現する問題は完全に解決されましたが，純粋にB空間のみのTermを以て表現する問題は未だ解決されてゐない様です。この問題は角谷先生より入營する前に聞いて以来時々考へて居たのですが，最近どうやら一つの解答――複雑で不満足なものですが――を得ましたので この方向に興味をお持ちの方の参考迄に提出致します。

EをB空間 $K \subseteqq E$なる凸集合Kの極点のextremeとはK内の線分の内点として表示出來ない点を稱するものとします。今Eがたゞ二つの極点1，−1を單位球上に持つてゐるものと考へます。球をE内に適當に移動したり，相似に變形した時に1 −1に對應する点を上点 下点と呼びます。此の定義の許に次の定理を証明します

定理 B空間の單位球が只二つのみの極点を持ち，任意の二つの半徑1の球の共通集合は共通集合内に定上点又は定下点を持つ二つの半徑1の球――半徑の兩者より大なる任意の二つの球の交りとして表はされる時，B空間はcompact連結空間上の連續函数の作るB空間と等測同型である。

0を下点に持つ，即ち $\lambda 1$を中心として半徑$\lambda \geqq 0$なる球内に存在する元を正元と名付けます。(以後$\lambda 1 = \lambda$で表します) この際λは0から$+\infty$迄任意に取るものとします。$x \geqq 0$の時 $-x \leqq 0$とすれば0はλを中心とする半徑rの球の下極点で $-x = -(\lambda + x) + \lambda$ですから $-x$とxが同時に正及び負となるのは$x = 0$に限られます。球は凸集合でありますから $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$\lambda \geqq 0$ならば $\lambda x \geqq 0$ $x + y \geqq 0$であり，従つてBirkhoffの半順序線狀空間の公理を滿します。そこで $x \geqq y$ を $x - y \geqq 0$ で定義します。$x \leqq y$ とはxを下点とするある球内に存在するとい

ふことと同義です。
　次に假定の條件によつて $\|x\| \leqq 1$ で且 $x \geqq 0$ なる集合は $x \leqq 1$ である事は, 0 を下点とし $z \geqq x, 0$ なる元を含む球を Q とすれば, $P \wedge Q$ は $P \wedge Q$ 内に下点を持つ球 R によつて含まれます。R の下点を $x \cup 0$ とします。$z \in P$ なる如く入を取つて置けば $z \in R$ であり　従つて $x \cup 0 \leqq z$ となります。一方 $x \cup 0 \geqq 0, x$ は明らかですから, x は join property を持つてゐます。即ち E は vector 束で, アルキメデス単位 1 を持ち, 準單純です。
　そこでよく知られた定理で E を $C(\Omega)$ と等測同型に表現すれば　單位球が極点を二つのみもつ事と連結性とが同等である事は明らかです。即ち定理の証明は終りました。