

1188. Einreihiger Ring ニツイテ
—注意

兼屋 五郎(名大)

淺野先生「Über verallgemeinerte Abelsehe Gruppen mit hyperkomplexem Operatorenring und ihre Anwendungen」(Japanese Journal of math. Bd. 15, 1939) = 於ケル
Idempotenz 5 及び Satz 2 ヲ少シ擴張シ、從ツテ又、
ソノ証明が幾分簡單ナルコトヲ示シテミマス。

以下 A ヲ主單位元 1 ヲ有シ左及ビ右「イデヤル」= 關シ極小條件ヲ(從ツテ極大條件ヲモ) 満足スル環トシマス。シカラバ A ノ Radikal N ハ巾零デアル。

e ヲ任意ノ A ノ原始巾等元 (primitive Idempotent) トスルトキ e ヲヨリ生成サレタ左「イデヤル」 Ae 及ビ右「イデヤル」 eA ガ夫々唯一ツノ組成列ヲ有スルトキ、 A ヲ verallgemeinertem einreihigen Ring (generalized uni-serial ring) トイヒマスガ、

$$Ae \supset Ne \supset N^2e \supset \dots \supset N^{r-1}e \supset N^r e = 0$$

トスレバ $N^{i-1}e/N^i e$ ハ halbeinfacher Ring A/N ノ左加群トミラレルカラ完全可約群デアルガ $N^{i-1}e/N^i e$ モ組成列ヲ唯一ツシカ有シナイユトカラ $N^{i-1}e/N^i e$ ガ

単純群デナケレバナラナイ即チ上ノ列ガ實際 Ae ノ
組成列ヲナシテキルコトガ分ル。 eA ニツイテモ同
様デアル。

[定理]. A ノ Radikal N ガ 両側主「イデヤル」ナラバ A ハ
verallgemeinertem einreihigen Ring デアル。

(証明) 中山先生, 「Note on Uni-serial and
Generalized Uni-serial Rings」 (Proceeding
Imp. Acad. Tokyo Vol. XVI. 1940) ノ Lemma 1
ニヨリ、両側主「イデヤル」 N ハ A ノ 適当ナ元 c ニヨ
リ $N = Ac = cA$ ト表ハサレル。

ソコデ、 e ヲ任意ノ原始巾等元トシ、 $I (=c)$ ヲ Ae
ニ含マレル任意ノ左「イデヤル」トスレバ $N^i e \supseteq I \subseteq N^{i+1} e$
ナル i ガアルガ、 $I \ni a \notin N^{i+1} e$ ナル元 a ヲトル。
シカラバ $N^i e = c^i A e \ni a$ ナル故

$$a = c^i a_0, \quad a_0 \in Ae, \quad a_0 \notin Ne.$$

ナル形ニ表ハサレル。

シカルニ Ne ハ Ae ニ含マレル唯一ツノ極大(即チ
最大)ノ左「イデヤル」デアルカラ^(*)

$$Aa_0 = Ae \text{ デアル。 従ツテ } Aa = Ac^i a_0 = N^i a_0 = N^i e$$

(*) 中山先生, 「Some studies on regular, induced and modular
representations」 Theorem 1. (Annals of math. Vol.
39, 1938)

シカシテ $N'e \cong \mathcal{L} \cong Aa$ ナル故、結局 $\mathcal{L} = N'e$ デアル。即チ $Ae =$ 含まレル左「イデヤル」ガ $N'e$ ナル形ノモノノミデアアルコトガ分ツタ。 (証明終)

primärer Ring ノ直和トナル *verallgemeinertes einreihiger Ring* ヲ單 = *eiureihig* トイフノデアリマスガ、コレニ關スル、上記淺野先生ノ論文ノ Satz ヲユノ定理デ少シ擴張出来タワケデアリマス。