IIII. M. Krasner ノ論文ニツイテノ疑問

中山　正（名大）

Paris ノ C.R ノ 1938年ニ M. Krasner ハ「*Une généralisation de la théorie locale des corps de classes.*」ナル表題ノ下ニ三ツ程ノ論文ヲ書イテ居マス。ソレハ大体 $\mathfrak{p}$ 進数体ノ上ノ任意ノ拡大ヲ或ル種ノ方程式ノ集リヲモッテ特徴ヅケテ云々スルノデアリマスが，拡大体ヲ特徴ヅケルノニ方程式ヲモッテ来ルノデハ如何カト思フノデアリマスが，然シ二三面白イコトモアリマス。

処がソコデ一二一寸ドウモ変ニ思ハレル個所がアリマスノデ，ソノコトニツイテ御教示ヲ得タイト思フノデス。Krasner ノ他ノ論文ソノ他カラ見テモ，ガッチリシテ居テサウ間違ヒナドシサウニモナク思ハレルノデスが，従

ツテ小生ノ考ヘ違ヒカモ知レマセンガ，以下ソノ点ヲ述ベテ見マス。

先ヅ，kヲ$\mathfrak{p}$進数体，$\mathfrak{p}$ヲソノ素イデアル，πヲ素元：$\mathfrak{p}=(\pi)$トスル。マタk或ヒハソノ拡大体ノ元αヲワル$\mathfrak{p}$ノ巾ノ位数ヲ$w(\alpha)$デ表ハス。

扨テ，$g(x)$ヲkニオケル既約多項式デ最高係数g_0ガ1ナルモノトシ，ソノ次数ヲnトスル。ソノ絶対項g_nノ$w(g_n)$ヲfトスレバ，$g(x)$ノ根ハスベテf/nナル$\mathfrak{p}$－位数ヲモツ。コノ事ヨリ直チニ

$$(1)\quad \pi^{-f} g\left(\pi^{\frac{f}{n}}\cdot x\right)$$

ナル（$k(\pi^{\frac{f}{n}})$ニオケル）多項式ハ整係数ヲモチ，シカモ最高係数1トナル。ソノ根ハイヅレモ$\mathfrak{p}$－位数0デアル。

コヽデ，特ニ$f>0$デfガnヲ割リ，而カモ(1)ニ対シ

$$(2)\quad \pi^{-f} g\left(\pi^{\frac{f}{n}}\cdot x\right)\equiv h\left(x^{\frac{n}{f}}\right) \mod \mathfrak{p}^{\varepsilon}\quad (\varepsilon>0)$$

ナルkノ$\mathrm{mod}\,\mathfrak{p}$デ既約ナ多項式$h(y)$ガ存在スルトキ，*Krasner*ハ原多項式ガ*régulier*ナリト呼ンデヰル。

而シテ$g(x)$ガコノ意味デ*régulier*ナルトキ，fヲ上記ノ意味トシ，eヲn/fトスレバ，$k=g(x)$ノ

スベテ

$$\Pi = \tilde{\Pi}\cdot\varepsilon \qquad (\varepsilon ハ K ニオケル単位)$$

ナル形ヲモツ。ソコデ或ル Π ニ対シ $K = k(\Pi)$ ナリトスル。而シテ Π ノミタス k ノ既約多項式 ($n = ef$ 次) ヲ

$$g(x) = x^n + g_1 x^{n-1} + \cdots\cdots + g_n$$

トスル。ソノ根ヲ $\Pi_0 = \Pi,\ \Pi_1, \cdots\cdots, \Pi_{n-1}$ トスル。

然ラバ (1) 即チ

$$\pi^{-f} g\left(\pi^{\frac{1}{e}} x\right)$$

ハ $\Pi_i\ \pi^{-\frac{1}{e}}$ $(i = 0, 1, \cdots\cdots, n-1)$ ヲ根ニモチ,(コレラハ皆単位元デアル), 最高係数 1 デアル (従ッテ前述ノ如ク整係数) 而シテ $g(x) \bmod \mathfrak{P}$ ヲ考ヘレバ, コレハ $\Pi_i\ \pi^{-\frac{1}{e}} \bmod \mathfrak{P}$ $(i = 0, 1, \cdots\cdots, n-1)$ ヲ根ニモツ。但シ $\mathfrak{P}$ ハ今考ヘテキル凡ユル元ヲフクム或ル体ノ素いでやるトスル, ヨッテ若シ仮ニ k ニ於ケル f 次ノ多項式 $h(y)$ ガアッテ (2) 即チ

$$h(x^e) = \pi^{-f} g(\pi^{\frac{1}{e}} x) \quad \bmod \mathfrak{P}$$

ナリトスレバ

$$h\left(\left(\Pi_i\ \pi^{-\frac{1}{e}}\right)^e\right) \equiv 0 \quad \bmod \mathfrak{P}$$

デナケレバナラヌ。然ルニ $\Pi_i = \tilde{\Pi}\cdot\varepsilon_i$ (ε_i ハ K ノ単位) トオケバ

$$\left(\Pi_i \cdot \pi^{-\frac{1}{e}}\right)^e = \varepsilon_i^e \equiv 1 \mod \mathfrak{p}$$

（何者, $e = q^f - 1$）.

ヨッテ $h(1) \equiv 0 \mod \mathfrak{p}$ トナリ, $h(y)$ ハ mod $\mathfrak{p}$ デ k デ既約デハアリ得ナイ.

コレハ K/k ガ必シモ regulier ナ多項式ノ根デハ得ラレナイコトヲ示シテキルト思フ.

次ニモウ一ツ解ラナイ所ガアルノデスガ.

K/k ヲ $\{f, e\}$ 型（即チ剰余次数 f, 分岐指数ガ e）ノ拡大トシ, f' 及ビ e' ヲソレゾレ f, e デ割レル自然数トスル. 然ルトキ, ソノ一根ガ k ノ $\{f', e'\}$ 型ノ拡大デ而モ K ノ拡大ナル如キ体ヲツクル処ノ k ニ於ケル régulier ナ多項式ノ全体ヲ $S^{(f',e')}_{K/k}$ デ表ハス.

Krasner ハコレニヨッテ K/k ヲ特徴ヅケヨウト云フノデアリマスガ, 上記ノ如ク拡大体必ズシモ régulier ナ多項式デ得ラレヌトナレバ, ソレハ一寸困ルワケデアリマスガ, ソレヲ一歩譲ッテ, 旨ク régulier ナ多項式デ得ラレル体ノミヲ考ヘルヤウナ場合ニ限ッテモ一寸次ノ点ガ困リハシナイデセウカ. 即チ彼ハ

「La donnée d'un quelconque de ces $S^{(f',e')}_{K/k}$ définit, manifestment, l'extension K/k à isomorphisme pres (loi d'unicité)」

ト述ベテキマスガ，例ヘバ

k ノ上ノ素数 ℓ 次ノ不分岐拡大 W，ヤハリ k ノ上ノ ℓ 次ノ巡回分岐体 K_1 ヲ考ヘ，$K_1 \times W = K_1 W$（ナル ℓ^2 次ノ (ℓ, ℓ) 型ノあーべる拡大）ニ含マレル第三ノ ℓ 次ノ（巡回且ツ分岐）体ヲ K_2 トスル．然ラバ K_1/k ヲ含ミ，k ニ對シテ剰余次数，分岐指数共ニ ℓ ナル体 K' ハ K_1 ノ不分岐 ℓ 次拡大即チ $K_1 W$ シカ存在シナイ．同様ナコトハ K_2 ニツイテモ云ヘル．ヨッテ当然

$$S^{(\ell,\ell)}_{K_1/k} = S^{(\ell,\ell)}_{K_2/k}$$

トナッテ，上ノ一意性ハ成立シナイ様ニ思ハレル。

以上二点或ヒハ小生ノ誤解カモ知レズ，御教示ヲ得レバ幸デアリマス。