1107
~~255~~ 「準順序環及ビソノ應用ニツイテ」ノ

訂正及ビ補足

吉田 耕作, 中山 正 (名大)

談話1072ノ証明中代數的ナ部分ノ方ニ誤リガアリマシタノデ補正サセテイタダキマス。ソコノ補題, *normal* ナ部分群ハ *zulässig* デアル云々ハ正元デ生成サレタ *normal* 部分群ニツイテノミ云フベキデシタ。従ッテ以下ノ様ニヤリナホシマス。

以下ハモトモトノ *Vernikoff-Krein-Tovbin* ノモトノ大体同ジニナッテシマッテヰルノデスガ, 唯乗法ノ

結合律ガ（可換律ト同様ニ），更ニ環ナルコトガ假定サレナイデモヨイコト等ノ注意トシテデモ受取ッテ頂キタイト思ヒマス。

更ニ実数ヲ係数トシテオカナイデモヨイコトモ注意シタイト思ヒマス。

Gヲ準順序加法群；$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ ナラ $x+y \geqq 0$；$x \geqq 0$，$-x \geqq 0$ ナラ $x=0$，トスル。而シテ最初ハ實數ヲ係數ニモツトシテ

$$x \geqq 0,\ \text{實數}\ \lambda \geqq 0\ \text{ナラ}\ \lambda x \geqq 0$$

トスル。

更ニGハ第二ノ準順序群Λヲ作用域トシテ有シ，A，$B \in \Lambda$ニ對シ

$$x \geqq 0,\ A \geqq 0\ \text{ナラ}\ Ax \geqq 0;$$

$$(A+B)x = Ax + Bx,\ A(x+y) = Ax + By,$$

トシ，更ニΛハあるきめです単位Iヲ有シ，而モIハ恒等作用素：$Ix = x$トスル（前談話ノ條件A^*）

然ラバ

<u>補題</u>．Gノ正元ノアル集合デ生成サレタnormal部分群ハ常ニΛニ對シallowableデアル。（証明ハ前談話ノガコノ場合ナラ適用サレル）

次ニG自身があるきめです単位eヲ有スルトシ，而モ（前談話ニオケルト同ジ番号デ）

<u>條件 B</u>：$-e < nx < e\ (n = 1, 2, \cdots\cdots)$ ナラ $x = 0$

デアルトスル（コノ條件ガ満タサレテヰナイトキハGヲソノ radical（スベテノ n ニ對シ $-e<nx<e$ ナル元 x ノ全体ノナス部分群）デ割レバソノ factor group ハ條件Bヲ充ス。radical ハ normal 且ツ allowable ナコト容易ニ知ラレル）

扨テ，今

「任意ノ $\varepsilon>0$ ニ対シテ $x>-\varepsilon e$」

ヲ充スヤウナ元ノ全体 Q ヲ考ヘル。然ラバ $x\geqq 0$ ナル x ハ Q ニ属スルコト明カ。更ニ Q ハ加法デ閉ヂテヰルコトモ明カ。

マタ x モ $-x$ モ Q ニ属スルナラ $x=0$ デアル。何者，$x>-\varepsilon e$, $-x>-\varepsilon e$ 即チ

$$\varepsilon e>x>-\varepsilon e$$

ガスベテノ $\varepsilon>0$ ニ成立ツカラデアル。次ニマタ Q ハ $A\geqq 0$ ナル A ニ對シテ閉ヂテヰル。即チ $x\in Q$, $A\geqq 0$ $(\in \mathfrak{L})$ ナラバ $Ax\in Q$ デアル。ソレニハ $mI\geqq A$ 從ツテ $me\geqq Ae$ ナル m ヲトレバ，

$$x>-\varepsilon e,\quad Ax>-\varepsilon Ae\geqq -m\varepsilon e$$

ガ任意ノ $\varepsilon>0$ ニ成立ツ故 $Ax\in Q$ デアル。

然ルニコレラハ，我々ノ G ニ新タニ一ツノ準順序ヲ定義シテ，ソノ準順序デハ Q ガ 0 又ハ正ナル元ノ全体ニナツテ居リ，而モソノ新順序ニ対シテ G ハ準順序群［算法ガ順序ヲ保ツ］デアリ，$A\geqq 0$ ハ順序ヲ保ツ作用素ニナッテヰル事

ヲ示シテキル。原順序デ正ナ元ハ新順序デモ正デアル。

而シテ，$\mathfrak{Q}$ノ構成カラ容易ニ知ラレル如ク，コノ新シイ順序ニ對シテハ，任意ノ$\varepsilon>0$ニ対シ$x>-\varepsilon e$ナラ$x\geqq 0$，換言スレバ

~~條件~~ C. $nx<e$ $(n=1,2,\cdots\cdots)$ナラバ$x\leqq 0$

ガ成立ツテヰル。ソコデ今GノＸxニ対シ

$$\alpha(x)=\inf\,(\alpha\,|\,\alpha e>x)$$

トオク（コゝデ＞ハ原，新ドチラノ準順序ノ意味トシテモ同一デアル）。

然ラバ直チニ$\alpha(x)e-x\in\mathfrak{Q}$，スナハチ新順序ノ意味デ

$$\alpha(x)\,e-x\geqq 0$$

デアル。ソコデ$\alpha(x)e-x$デ生成サレル（新順序ノ意味ノ）normal部分群ヲ考ヘレバ，我々ノ補題ニヨリΩニ対シテallowableデアル。而シテコノnormalナallowableナ部分群ヲmodulusトシテ$\alpha(x)e\equiv x$デアル。ナホ，コゝニnormalト云ッタノハ新順序ノ意味デ言ッタノデアルが、新順序デnormalナラ當然原順序デモサウデアル。

扨テ，再ビモトノ意味ノ單ニ條件BヲノミミタスGニモドル。然ラバ上記ノ考察ハコノGニ對シ次ノコトヲ示ス。

第一ニ，Gノ任意ノ元xハ適當ナallowable

normal 部分群ヲ moduls トシテ，従ッテ適當ナ
Maximal ナ allowable normal 真部分群ヲ
moduls トシテ，e ノ実数倍 $\alpha(x)e$ ニ合同ニナル。

第二ニ，スベテノ max ナ allowable normal
部分群ノ共通部分ハ（$\alpha(x)$ モ $\alpha(-x)$ モ 0 ナル元，即
チ条件 B カラワカルヤウニ）0 ノミヨリナル。

第三ニ，G ノ max ナ allowable normal 部
分群ニヨル剰餘群ハ実数ノ加法群ト同型デアル。カクテ
G ハソノ max. allowable normal 部分群ノナス
空間ノ上ノ実函数ノ或ル加法群ニ（作用）同型デアル、順序
ハ → ノ方向ニ保タレル。更ニモシ、条件 C ガ成立ッテキレ
バ，順序ガ両方向ニ保タレ，コノ同型ハ順序ヲフクメテ同型
デアル（何者，$x \neq 0$ ナラ $\alpha(x) > 0$ ダカラデアル）

扨テ，実数ヲ係数ニモタナイ場合ヲ考察シヨウ。タゞ
條件・(S) 或ル自然数 m ニ對シ $mx \geqq 0$ ナラ $x \geqq 0$
トスル。コノトキハ先ヅ有理数ヲ係数トスルヤウニ G ヲ
拡張出来ルコトハ容易ニ知ラレル。（例ヘバ小室氏、談話
1011 ト同様）而ル後コノ拡張サレタ G ニ於テ（ソコデモ条
件 B ガ成立ッテキル）

$$\|x\| = \inf(\alpha \mid -\alpha e < x < \alpha e)$$

トオイテ norm ヲツケ、コノ norm ノ意味デ complete
ニスレバ，コノ拡張サレタ群ニハ實数ガ係数トナル。作用
圏モココマデ拡張出来ル。ヨッテ上記ガ適用サレル。尚

ッテ實數ガカケラレナイ場合モ(§)ノ下ニ同様ニナル。

更ニ環ヘノ移行モ明ラカデアル。即チ準順序環デ(§)及ビ條件Bヲミタスモノハ，或ル空間ノ實數函數ノ或ル環ニ同型ニナリ，順序モ→ノ向キニハ保タレル(特ニ結合的且ツ可換トナル)。條件Cガアレバ順序ヲフクメテ同型ニナル。

——(以上)——