

安倍 亮

集合  $\Omega$  ノサブテノ部分集合  $X = \text{對シテ}$  定義セレタ実  
 函数  $\Gamma(X) \geq 0$  が Carathéodoryノ意味ノ外測度デア  
 ルコトハ, Saks. *Theory of Integrals*, p. 43ニ  
 依レバ,  $\Gamma$  が

$$(C_1) \quad X \subset Y \quad \text{トババ} \quad \Gamma(X) \leq \Gamma(Y)$$

$$(C_2) \quad \Gamma\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} X_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma(X_n)$$

ヲ満足スルコトノナツテ居マス。之カラ周知ノ如ク,  $E \subset \Omega$   
 可測デアルトハ

$$(M) \quad \text{任意ノ} \quad X \subset \Omega = \text{對シテ},$$

$$\Gamma(X) = \Gamma(X \cap E) + \Gamma(X \cap E^c)$$

ナルコトノ定義ナレ。可測集合ノ全体  $\mathcal{L}_\Gamma$  ハ

$$(1) \quad E \in \mathcal{L}_\Gamma \rightarrow E^c \in \mathcal{L}_\Gamma$$

$$(2) \quad E_n \in \mathcal{L}_\Gamma, n = 1, 2, \dots \rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n,$$

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n \in \mathcal{L}_\Gamma$$

ヲ満足スルコトガ証明ナレマス。然シ可測集合ナルモノハ  
 果シテ存在スルカト云フニ,  $\Gamma(E) = 0$  ナル  $E$  ハ可測ナコ  
 ト入ルカ云ヘマス。Saks p. 44ニハ, 「 $\Gamma(E) = 0$  ナ  
 ル集合 (特ニ空集合) ハ可測」ト書イテアリマス。然シ空集  
 合  $\emptyset = \text{對シテ} \Gamma(\emptyset) = 0$  カドウカ, スガニハ分ラナイノデ,

正誤表 = ハ 「空集合又ハ  $P(E) = 0$  +ル  $E$ ハ可測」ト  
訂正シテアリマス。尤モ  $\theta$  が可測ナラ, (M) =於テ  $E = \theta$   
トオキ  $P(X) = P(\theta) + P(X)$ ,  $\therefore P(\theta) = 0$ , 當然  
出ル答ナス。

然ラバ,  $(C_1), (C_2)$  ナラ實際  $\theta$  が可測, 従ッテ  $P(\theta)$   
= 0 +ルコトが出ルカト云フニ, ソレが故ナイコトハ次ノ  
*trivial* + 反例ヲ直ゲ合リマス。(即チ Saks, 訂正ノ  
オモ誤リナス)。

$\Omega$  ヲ有限集合,  $P(X)$  ヲ  $X$  ノ元ノ個数トスレバ,  $(C_1)$ ,  
 $(C_2)$  ヲ満足スルコトハ明ラカデスガ, 個数ナトシテモ  
 $(C_1)$  ハ勿論,  $(C_2)$  モ満足スルコトハ明カデス。然レニ  
 $P(\theta) = 1$ 。此ノ特ハ可測ナ集合ハ一ツモアリマセンガ,  
ソレハ偶然デハアリマセン。

實際  $\mathcal{L}_P$  =一ツデモ集合  $E$  が属スレバ, (1), (2) ヨリ  
 $\theta = E \cap E^c \in \mathcal{L}_P$  トナリ。従ッテ  $P(\theta) = 0$  が自  
然ニ出ルカラデス。従ッテ集合族  $\mathcal{L}_P$  が空ニナルツマラ  
ナイ場合ヲ除外シ,  $\mathcal{L}_P$  が實際 Borel 体ニナルコト  
スルニハ, 外測度ノ條件トシテ

$$(C_0) \text{ 空集合 } \theta = \emptyset \text{ 對シ } P(\theta) = 0$$

ヲ添ヘ加ヘルノが自然ナセウ。次ノ諸條件モ  $((C_1), (C_2)$  /  
下ニ) スベテ  $(C_0)$  ト同値ナス。

$$(C_0') \quad P(E) = 0 \text{ +ル } E \text{ ガアル。}$$

$$(C_0'') \quad \theta \in \mathcal{L}_P。$$

(C<sub>0</sub>)  $L_p$  の空でない。

---

了ヲ探シニ類ナルコトデアガ、始終引用サレル定義デアカ  
ヲ念ノタメニ書キマシタ。