1070. ベクトル束ノ表現ニ関スル二,三ノ注意

小笠原 藤次郎（廣島大理大）

談話998"ベクトル束ノ表現"ニ関聯シテ二,三ノ注意ヲ述ベタイ。

§1. 単位ヲモツベクトル束ノ表現

Lヲベクトル束トスル. 部分集合Aノスベテノ要素ニ直交スル要素ノ全体ヲA'デ表ス. 即チ $A'=(u;\ |u|\frown|a|=0,\ a\in A)$.

$A\to A''$ハ Birkhoff ノ意味ノ閉包演算デアル. 之レニ関シテ閉ヂタ集合即チ $A=A''$ ナル Aヲ正規イデヤルトイフ. 任意ノAニ對シA''ハAヲ含ム最小ノ正規イデヤル, 即チAノ生成スル正規イデヤルデアル。特ニaノ生成スル正規イデヤルヲ$\mathfrak{a}(a)$デ表シ主イデヤルト呼ブ。Lノ正規イデヤルノ全体ヲ$\mathbf{N}$デ表シ正規イデヤルハ$\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$等デ表ス. $\mathbf{N}$ハ完全束デ$\mathfrak{a}\to\mathfrak{a}'$ハ双對自己同型對應デアル。

定理1. $\mathbf{N}$ハ完全ブール代数デアル。

(証) Birkhoff, *Lattice Theory*, 定理6.11ニヨリ$\mathfrak{a}'$ガ$\mathfrak{a}$ノ唯一ツノ補要素ナルコトヲ示セバヨイ。$\mathfrak{a}\frown\mathfrak{b}=0$, $\mathfrak{a}\smile\mathfrak{b}=L$ トスレバ $\mathfrak{a}\to\mathfrak{a}'$ノ双對自己同型カラ $\mathfrak{a}\frown\mathfrak{b}=0$, $\mathfrak{a}'\frown\mathfrak{b}'=0$. コレカラ $\mathfrak{b}\leqq\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{b}'\leqq\mathfrak{a}''$ 後者カラ $\mathfrak{b}\geqq\mathfrak{a}'$ トナリ $\mathfrak{a}'=\mathfrak{b}$ トナル. $\mathfrak{a}'$ハ$\mathfrak{a}$ノ補要素デアルカラ, コレデ証明ガ完結シタ.

（注意）談話998デハ主イデヤルノ作ル配分束Pヲ考ヘタ．Pノ表現空間Ω_Pハビコムパクトトハ一般ニイヘナイ．Nノ表現空間Ωヲトレバコノ難点ガ除カレル．Lノ正要素ノ全体ヲL_+トスルトキL_+自身ハ配分束デアル。Wallman流ノL_+ノ表現（a-setヲbasic open setニスル）ヲ考ヘルトキdisjunction propertyカラ$\mathfrak{a}(a)=\mathfrak{a}(b)$ノトキニ限リ$a$ト$b$ガ同ジbasic open setデ表サレル．即チΩ_PハL_+ノ準同型表現（Wallmanノ表現ニヨッテ）ニナル。

尚定理1ハソノ証明カラLガCliffordノ意味デ半順序ヅケラレタ群（可換デナクトモヨイ）ノトキデモL_+ノ中デ正規イデヤルヲ考ヘルト成立ツ。

次ニLガ単位eヲ有スルトキソノ表現ヲ考ヘテ見ル。

ΩヲNノ表現ブール空間トスル，即チΩノ点$\mathfrak{p}$ハNノ極大双対イデヤルデアッテ$\mathfrak{a}\in\mathfrak{p}$ナル$\mathfrak{p}$ノ全体ヲ$\mathfrak{a}^*$デ表ストキ$\mathfrak{a}^*$ハ$\mathfrak{a}$ニ対応スルbasic open setデアル．談話998ノ方法デxニ対応スル連続函数ヲ$f_x(\mathfrak{p})$デ表ス．即チ有理数λニ対シ$\mathfrak{a}_\lambda^{(x)}=\mathfrak{a}((x-\lambda e)-)$ト定メ，$\mathfrak{p}$ニ対シ$\mathfrak{a}_\lambda^{(x)}\in\mathfrak{p}$ナル$\lambda$ガ存在シナイトキ$f_x(\mathfrak{p})=+\infty$，ソノ他ノトキハ$f_x(\mathfrak{p})=g.l.b(\lambda;\mathfrak{a}_\lambda^{(x)}\in\mathfrak{p})$ト定メルノデアル．$f_x(\mathfrak{p})$ニ関スル性質ハ談話998ヲ参照サレタイ。$f_x(\mathfrak{p})$ノ全体ヲ$\mathfrak{L}$トスル。$f_x(\mathfrak{p})\equiv 0$トスベテノ$n$ニ対シ$n|x|\leqq e$トハ同義デアル．カヽル$x$ノ全体ヲ$N_0$トスルトキ$N_0$ハ正規部分空間デアル。

定理2. L が單位 e ヲモツベクトル束デ任意ノ正要素 x ニ對シ $x=\bigvee_n (x\wedge ne)$ が成立ツトスル. コノトキ $L-N_0$ ハアルキメデス的デ $\mathfrak{L}$ ハ $L-N_0$ ニ同型ナベクトル束デアル. マタ $\mathfrak{L}$ ニ屬スル函數ハ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトル。

(證明) $x>0$ ノトキ $F=(\mathfrak{p};\ f_x(\mathfrak{p})=+\infty)$ が非稠密ナルコトヲ示セバ他ハ容易ニ判ル. F が非稠密デナイトスレバ $F\supset \mathfrak{A}(a)^{*}$ ナル $a>0$ が存在スル. $\mathfrak{p}\in\mathfrak{A}(a)^{*}$ ノトキ $f_x(\mathfrak{p})=+\infty$ カラ定義ニヨリ $\mathfrak{A}(a\wedge(x-ne)_-)=\mathfrak{A}(a)\wedge\mathfrak{A}((x-ne)_-)=0$ 從テ $a\wedge(x-ne)_-=0$. コレカラ $(x+a)\wedge ne\leqq x$. 故ニ假定カラ $x+a\leqq x$ 即チ $a\leqq 0$ トナリ矛盾が起ル。

本定理カラ明カナル様ニ e ニ關スル無限小ノ存在シナイ即チ $N_0=0$ ナル L がアルキメデス的ナルタメノ條件ハ $x>0$ ニ對シ $x=\bigvee(x\wedge ne)$ が成立ツコトデアル. 一般ノトキ $L-N_0$ ハ單位 e ノ剰餘類ニ關シ無限小ヲ含マナイカラ $L-N_0$ がアルキメデス的ナルタメノ條件がスグ得ラレル.

(注意) L が可換群束ノトキ有理係數ノベクトル束ニ擴大サレルカラ表現論及ビ上述ノ諸定理がコレニ對シテモ成立ツ。

§2. C空間ノ切斷ニヨル完全化。

〔0,1〕上ノ有界連續函數ノ全体Cノ切斷ニヨル完全化ヲ〔0,1〕上ノ函數デ表現スレバ如何ナルモノニナルカ. コレハ第一種集合ヲ除外シテ一致スルニツノ Baire ノ性質ヲモ

ツ有界ナ函数ヲ恒等視スルトキ，カヽル函数ノ全体ガCノ切断ニヨル完全化ニナル．コレヲ稍ヽ一般ニシテ論ズル。

Rヲ完全正則空間トスル．CヲR上ノ有界連續函數ノ全体トスル。

補題1. Cノ正規イデヤルノ完全ブール代数トRノ正則開集合ノブール代数ハ束同型デアル。

(証) 正規イデヤル $\mathfrak{a}$ ニ對シ $\sum_{f\in\mathfrak{a}}(p;|f(p)|>0)$ ナル開集合ヲ對應サセル，コノ開集合ヲ $G(\mathfrak{a})$ デ表ス。$g\in\mathfrak{a}'$ ニ對シ明カニ $G(\mathfrak{a})(p;|g(p)|>0)=0$．コレカラ $G(\mathfrak{a})$ ハ正則開集合デアッテ，$(p;|f(p)|>0)\subset G(\mathfrak{a})$ ナル f ノ全体ガ $\mathfrak{a}$ ナルコトガ判ル．逆ニ正則開集合ニハカヽル方法デコレニ對應スル正規イデヤルノ存在ガ判ル．コレデ証明ガ完結シタコトニナル。

コノ補題ニヨリ正則開集合ノブール代数ノ表現空間ハ正規イデヤルノブール代数Nノ表現ブール空間ニナル．

更ニRハ如何ナル開集合モ第一種集合デナイトスル。

BヲR上ノBaireノ性質ヲモツ有界函数ノ全体トシ，第一種集合ノ上ヲ除イテ一致スル函数ハ對等トイヒ，之レヲ恒等視シテBヲベクトル束ニスル．Cノ切断ニヨル完全化ヲ $\bar{C}$ トスルトキ $\bar{C}$ ハNノ表現空間 $\mathfrak{S}$ ノ有界連續函數全体ノベクトル束デ表現サレルカラ $\bar{C}$ ヲカヽル連續函數ノ全体トミテヨイ．$f\in B$ トスル．任意ノ有理數 λ ニ對シ $(p;f(p)<\lambda)$ ト第一種集合ヲ法トシテ一致スル正則開集合ヲ

G_λトスレバ $\lambda<\mu$ ノトキ $G_\lambda \subset G_\mu$. 充分小ナル λ ニ對シ，$G_\lambda=0$。充分大ナル λ ニ對シ $G_\lambda=L$.

$\sum_{\lambda<\mu} G_\lambda$ ト G_μ ハ第一種集合ヲ除イテ一致スル．G_λ ニ對應スル N ノ要素ヲ $\mathfrak{a}_\lambda$ トスレバ $\lambda<\mu$ ノトキ $\mathfrak{a}_\lambda \leqq \mathfrak{a}_\mu$. $\bigvee_{\lambda<\mu} \mathfrak{a}_\lambda=\mathfrak{a}_\mu$. 充分小ナル λ ニ對シ $\mathfrak{a}_\lambda=0$. 充分大ナル λ ニ對シ $\mathfrak{a}_\lambda=C$. コレカラ §1 デ述ベタヤウニシテ $f(\mathfrak{z})$ ナル連續函數ヲ作レバ，明カニ B ノ $f\smile 0$ ニハ $\bar{C}$ ノ $f\smile 0$ ガ對應スル．$f+g$, αf ニツイテモ證明スルコトガ出來ル．コノ對應ハ 1 對 1 デアッテ C ノ要素ヲ不変ニスル．故ニ B ハ C ノ切斷ニヨル完全化デアル。

マタ Ω ノ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトル連續函數全体ノベクトル束 $\mathcal{L}_\Omega$ ハ第一種集合上ヲ除イテ有限値ヲトル Baire ノ性質ヲモツ函數全体ノベクトル束ト同型デアルコト（對等ナ函數ハ恒等視スル）ハ上ノ證明法カラ判ル．Baire ノ性質ヲモツ函數ノ代リニ B－可測トシテモヨイ．(Kuratowski, 192 頁參照)

序ニ次ノ注意ヲ附加スル。C ヲ吉田氏（或ハ stone ノ）ノ方法デビコムパクト空間 Ω_0 上ノ有界連續函數全体デ表現スルトキ Ω_0 ハ R ノビコムパクト拡張デアル（吉田氏，學士院記事 17 (1941) 121－124）コノ拡張ハ R ノ全開集合ノ作ル配分束カラ Wallman 式ニ得ラレルコトハ A.D. Alexandroff ガ Recueil Math デ示シテキルガ吉田氏ノ方法ト関聯シテ次ノ様ニシテモ説明ガツク．

Cノ任意ノ極大正規部分空間 $\mathfrak{M}$ ニ對シ全開集合 $(p;|f(p)|\leqq\frac{1}{n})$ $f\in\mathfrak{M}$ ノ全体ヲ $\{F\}$ トスルトキ $\{F\}$ ハ有界相交性ヲモツ. $\{F\}$ ヲ含ム有限相交性ヲモツ全開集合ノ極大集合ハ唯一ツシカ存在シナイコトが證明サレル・逆ニ全開集合ノ有限相交性ヲモツ極大集合ニハ極大正規部分空間が唯一ツ對應スル, コレカラ Wallman 式ノビコムパクト擴張ハ $\mathfrak{M}$ ヲ点ト見ナス吉田氏ノ考ヘ方ニナル。

§3. ベクトル束ノ實函數族（無限大性ヲトラナイ）ニヨル表現.

今Aヲ完全ベクトル束, $\Omega(A)$ ヲソノ表現ブール空間, $a\in A$ ニ對應スル基本開集合（*basic open set*）ヲ $\mathcal{E}(a)$ デ表ス. $\Omega(A)$ 上ノ非稠密集合ヲ除イテ有限値ヲトレ連續函數全体ノベクトル束ヲ $\mathcal{L}_{\Omega(A)}$, 有界連續函數全体ノベクトル束ヲ $\mathcal{L}_{B\Omega(A)}$ トスル。

補題1.[1] $\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ノ實數空間ヘノベクトル束トシテノ準同型對應（群束トシテモ同義）ハ *trivial* ナモノ（恒等的ニ 0 ニ對應サセルモノ）以外ニ存在シナイタメノ條件ハ次ノ何レカヲ滿足スルコトデアル。

(1°) 任意ノ $\mathfrak{z}_0\in\Omega(A)$ ニ對シ $f(\mathfrak{z}_0)=+\infty$ ナル $f\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ が存在スル。

(2°) Aノ任意ノ極大双對イデヤルハ下端が 0 ニナル可附番部分集合ヲモツ。

(證) (1°) $\mathfrak{z}_0$ ニ對シ $f(\mathfrak{z}_0)=+\infty$ ナル $f\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ が

存在シナイトスレバ $f\to f(\mathfrak{p}_0)$ ハ *trivial* デナイ準同型對應ニナル。

故ニ $f(\mathfrak{p}_0)=+\infty$ ニナル $f\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ガ存在シナケレバナラヌ。逆ニカヽル f ガ存在スルトスル。$\xi(f)$ ヲ *trivial* デナイ準同型對應ヲ與ヘルモノトスレバ $\xi(1)$ ガ 0 デナイ場合ハ $\xi(1)=1$ トシテヨイ。$\xi(f)$ ハ $\mathcal{L}_{\mathfrak{B}\Omega(A)}$ ノ準同型對應ヲ與ヘルカラ $\mathfrak{p}_0\in\Omega(A)$ ガ存在シテスベテノ $g\in\mathcal{L}_{\mathfrak{B}\Omega(A)}$ ニ對シ $\xi(g)=g(\mathfrak{p}_0)$。$f(\mathfrak{p}_0)=+\infty$ ナル $f\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ヲ考ヘル。$f\geqq 0$ トシテヨイ。$g_n=f\frown n$ トスレバ $g_n(\mathfrak{p}_0)=n$。コレカラ $\xi(f)\geqq\xi(g_n)=n$ トナリ $\xi(f)=+\infty$ ガ成立ツ コレハ矛盾デアル。$\xi(1)=0$ ノトキ $\xi(g)=1$ ナル $g\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ヲトル。$g\geqq 0$ トシテヨイ。$(1+g(\mathfrak{p}))f(\mathfrak{p})\to f(\mathfrak{p})$ ハ $\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ノ自己同型對應デアルカラ $\xi((1+g)f)$ ヲ考ヘルト 1 ガ 1 ニ對應スルカラ前ノ場合ニ歸結サレ矛盾ガ起ル。

(1°)→(2°) ノ證。 $f(\mathfrak{p}_0)=+\infty$ ナル $f\in\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ヲトル。$f\geqq 0$ トシテヨイ。$(\mathfrak{p};\ f(\mathfrak{p})>n)$ ト對等ナ（第一種集合ヲ法トシテ一致スルコトノ意）基本開集合ヲ $\mathcal{E}(a_n)$ トスルトキ $\mathcal{E}(a_n)\subset(\mathfrak{p};\ f(\mathfrak{p})\geqq n)$ デアルカラ $\prod_n\mathcal{E}(a_n)$ ハ非稠密。故ニ $\frown a_n=0$。$\mathfrak{p}_0$ ハ A ノ極大双對イデヤルデアルカラ $a_n\in\mathfrak{p}_0$ トナル。

(2°)→(1°) ノ證。$\mathfrak{p}_0$ ヲ $\Omega(A)$ ノ任意ノ點トスル。$\mathfrak{p}_0$ ハ A ノ極大双對イデヤルデアルカラ $\bigwedge_n a_n=0$ ナル $\{a_n\}\subset\mathfrak{p}_0$

前頁脚註 (1) 中山氏談話1012カラ考ヘツイタ。

ガアル。コノトキ $\prod \mathcal{E}(a_n)$ ハ非稠密トナル。$a_n > a_{n+1}$ トシテヨイ、$f(\mathfrak{z})$ ヲ

$$\mathfrak{z} \in \Omega(A) - \mathcal{E}(a_1) \text{ ノトキ } 0$$

$$\mathfrak{z} \in \mathcal{E}(a_n) - \mathcal{E}(a_{n+1}) \text{ ノトキ } -n$$

$$\mathfrak{z} \in \prod \mathcal{E}(a_n) \quad \text{ ノトキ } +\infty$$

トスレバ $f \in \mathcal{L}_{\Omega(A)}$ トナリ (1°) ガ成立ツ。 (証終リ)

A ニ於テ次ノ條件ヲ考ヘル。

(3°) A ノ任意ノ独立ナ部分集合ハ可附番デアル。(独立トハ任意ノ二要素ガ互ニ直交スルコトノ意)

(4°) A ノ任意ノ増加超限列 $a_1 < a_2 < \cdots\cdots < a_\omega < a_{\omega+1} < \cdots\cdots$ ハ可附番デアル。

(5°) (4°) ノ双對命題

(6°) A ノ任意ノ部分集合ニ對シテハコレト上端ヲ同ジクスルソノ可附番部分集合ヲモツ。

(7°) (6°) ノ双對命題

(8°) A ハ可分デアル，即チ A ノ可附番部分集合 $\{v_n\}$ $v_n > 0$ ガ存在シ，任意ノ A ノ要素 $a > 0$ ハソノアル部分集合ノ上端ニナル。

補題 2. (3°) — (7°) ハ互ニ同義デアル。

(証) (3°)→(5°) ノ同義ハ自明．(6°) (7°) ノ同義モ自明．(5°) → (7°) ノ証．E ヲ A ノ任意ノ部分集合トスル。E ノ下端ヲ 0 トスル (コレデ一般性ヲ失ハヌ)。E ノ任意ノ可附番部分集ノ下端ノ集合ヲ E_1 トスル．E_1 ガ 0 ヲ含マヌトキハ非可附番減少超限列ガ存在シ (5°) ニ矛スル。(7°) → (5°) ノ

証. 非可附番減小超限列ガアルトスル。スベテノ第一級,第二級ノ順序数 α ニ對シ a_α ガ定義サレ $a_\alpha > a_{\alpha+1}$. $\{a_\alpha\}$ ト下端ヲ同ジクスル可附番列ヲトルトアル α_0 ニ對シ $a_{\alpha_0} = \bigwedge a_\alpha$ トナリ矛盾ガ起ル。

補題3. (8°) ガ成立ツトキ (3°) ガ成立ツ。

(証) 自明.

補題4. A ガ atomic element ヲモタナイデ且ツ (3°)—(7°) ノ何レカ一ツガ成立ツトキ (2°) ガ成立ツ。

(証) 自明.

補題5. A ガ atomic element ヲモタナイデ (8°) ガ成立ツトキ (2°) ガ成立ツ。

L ヲ単位 e ヲモツ完全ベクトル束トスル。L ノ正規イデアルノブール代数ヲ N, 表現ブール空間ヲ Ω トスル。

補題6. N ガ (3°)—(7°) ノ何レカヲ満足スルタメノ條件ハ次ノ何レカデアル。

(i) L ノ上方有界部分集合ハコレト上端ヲ同ジクスルソノ可附番部分集合ヲ含ム。

(ii) (i) ノ双對命題.

(証) (ii) $\longrightarrow$ (7°) N ハ e ニ関スル特性要素ノ作ルブール代数ト束同型デアルコトカラ。

(7°) $\longrightarrow$ (ii) 0 ヲ下端トスル L ノ部分集合 E ヲ考ヘル。$x \in E$ ニ對シテ $0 \leqq x \leqq e$ トシテ一般性ヲ失ハナイ。何者 e ノ代リニ単位ヲ適當ニトレバヨイカラ。$x \in E$ ニ對シ

$\Omega((x-\frac{1}{n}e)_+)$ ヘノ e ノ射影ヲ考ヘルトキ(7°)ニヨリ E ノ可附番部分集合 $\{x_{n,m}\}$, $m=1,2,\cdots\cdots$ ガ存在シ，之等ニ對スルカニル射影下端ガ 0 ニナル．故ニ $\bigwedge_m x_{n,m} \leqq \frac{1}{n}e$ 從テ $\bigwedge_{n,m} x_{n,m}=0$ トナリ (ii) ガ成立ツ．（証終リ）

正則ベクトル束ハ常ニ(i), (ii)ヲ満足スル．*non-trivial* ナ準同型對應ヲ許サナイ一二ノ例ヲ擧ゲルナラバ，

例1.（中山氏ニヨル例，談話 1012）A トシテ $[0, 1]$ ノ正則開集合ノ完全ブール代數，補題5ニヨリ *non-trivial* ナ準同型對應ヲ許サナイ $\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ ハ對等ナ函數（第一種集合上ヲ除イテ一致スル）ヲ恒等視シタ第一種集合上ヲ除イテ有限値ヲトル *Baire* ノ性質ヲモツ（B－可測トシテモヨイ）函數族ノベクトル束デアル．

例2. A トシテ零測度集合ヲ法トシタ可測集合ノブール代數トスル．A ハ *atomic element* ヲ含マズ且ツ(3°)ヲ満足スル $\mathcal{L}_{\Omega(A)}$ トシテ對等ナ函數ヲ恒等視シタ零測度集合上ヲ除イテ有限値ヲトル可測函數全体ノベクトル束．

ベクトル束 L ニ於テ $a(|x|)$ ガ N ノ *atomic element* ノトキ x ヲ孤立要素ト呼ブ．

定理1. L ガ K－空間ノトキ実數空間ヘノ *non-trivial* ナ準同型對應ガ存在スルタメノ條件ハ L ガ孤立要素ヲ含ムコトデアル．

（証）必要ナコト．$\xi(x)$ ヲ *non-trivial* ナ準同型對應ヲ與ヘルモノトスル．適當ニ L ノ主イデヤルヲ考ヘルコトニヨリ，L ガ單位 e ヲモチ $\xi(e)=1$ トシテ一般性ヲ失

ハナイ。e ヲ1ナラシメル様 $\mathfrak{L}$ ヲ Ω 上ノ連續函數デ表現スル. 補題1ノ證明法カラ $\mathfrak{p}_0 \in \Omega$ ガ存在シ $\xi(x) = f_x(\mathfrak{p}_0)$ ノ有限トナル。$\mathfrak{a}(e_\alpha) \ni \mathfrak{p}_0$ ナル e ニ關スル特性要素ノ全体ヲ $\{e_\alpha\}$ トスル。$\mathfrak{p}_0$ ガ孤立点デナイトスレバ, $\bigwedge e_\alpha = 0$. K−空間ノ性質カラ $\{e_\alpha\}$ ノ可附番部分集合 $\{e_n\}$ ガ存在シテ $e_n > e_{n+1}$, $\| e_n \| \leqq \frac{1}{2^n}$ $x = \sum e_n$ ト置クト $f_x(\mathfrak{p}_0) = +\infty$ トナリ矛盾ガ起ル. 故ニ $\mathfrak{p}_0$ ハ孤立点. 從ッテ $\mathfrak{p}_0$ ハ基本開集合ニナルカラ N ノ atomic element $\mathfrak{a}(e_0)$ ガ存在シ, 任意ノ x ノ $\mathfrak{a}(e_0)$ ノ射影ヲ λe_0 トスレバ $\xi(x) = \lambda$ トナル. 逆ハ容易ニ判ル.(證終)

$\mathfrak{L}$ ガ K−空間ノトキ N ヲ N_1, N_2 ニ直和分解シ N_1 ハ atomic ナブール代数, N_2 ハ atomic element ノナイブール代数ニスル. N_2 ガ空ノトキハ, $\mathfrak{L}$ ハ実函數デ同型ニ表現サレ, N_2 ガ空デナイトキハコレガ不可能ニナル. N_1 ガ空ノトキハ實數空間ヘノ non-trivial ナ準同型對應ハ存在シナイ. N_2 ガ空ニナル條件ハ $\mathfrak{L}$ ガ列空間(可附番トハ限ラナイ)トナル條件デ束的ニハ任意ノ區間ガノルムデコムパクトニナルコトデアル。

尚定理1ハ Bochner 束ニ對シテモ成立スル。同様ナ證明ヲ繰返スニ過ギナイカラソノ證明ハ略スル。從テ二三ノ空間ヲ除イテ我々ノ扱フ函數空間ハ一般ニ実函數デ同型表現ガ不可能ニナル。