1067. 河田氏ノ談話1052ヘノ一注意

中村　正弘（東北大）

最近河田氏ハ Weil ノ Mass ニ関スル研究ヲ発表サレマシタガ[1]，コノ中ノ§5ニ関シテ Birkhoff-Alaoglu [2] ノ一般エルゴード定理トノ関係ニツイテ一ツノ注意ヲ述ベタイト思ヒマス。

1. 河田，Weil ノ Mass ノアル Abel 群，本誌第238号，1093—1120
2. Birkhoff-Alaoglu, General Ergodic Theorems, Anns. of Math., 41 (1940), 293—309.

§1. Alaoglu-Birkhoff ハ可換群 G ガ<u>エルゴード的</u>デアルトハ, G 上ニ測度列 $\{\mu_n\}$ ガ

[1.1] 1° $\mu_n(G)=1$

2° 任意ニ與ヘラレタ $g\in G$ 及ビ $\varepsilon>0$ ニ對シ, N ガ存在シテ $n>N$ ナラバ

$$|\mu_n(\nabla+g)-\mu_n(\nabla)|<\varepsilon,$$

ヲ満ス事デアルト定義シマシタ。一方河田氏ハ條件(17)トシテ,

[1.2] $E_i \subseteq E_{i+1}$, $\mu(E_n)<+\infty$ ガ存在シテ, アル任意ニ與ヘラレタ $g\in G$ ニ對シ,

$$|\mu(E_n \smile (E_n+g))|<\varepsilon\,\mu(E_n) \quad \text{for} \quad n>N$$

ヲ述ベラレテ居マス。コヽデハ最初ニ<u>河田氏ノ條件 [1,2] ヲ満ス可換群ハエルゴード群デアル</u>コトヲ証明シタイト思ヒマス。ソノ結果河田氏ノ定理 14, 15 ハ [2] ノエルゴード定理ノ系トシテ出テ来マス。

ソノタメニハ μ-可測ナ $\nabla\subseteq G$ ニ對シテ

(1.3) $\mu_n(\nabla)=\mu(E_n\wedge\nabla)/\mu(E_n)$

デ定義シマスト, 明ニ $\mu_n(G)=1$ ハ成立シマス。[1.1] ノ條件 2° ハ [1.2] カラ,

$$|\mu_n(\nabla+g)-\mu_n(\nabla)|=|\mu(\nabla-g\wedge E_n)-\mu(\nabla\wedge E_n)|/\mu(E_n)$$
$$=|\mu(\nabla\wedge E_n-g)-\mu(\nabla\wedge E_n)|/\mu(E_n)<\varepsilon$$

従ッテ [1.1] ハ [1.2] ヲ満ス可換群 G ニ對シテ成立チマス。

以上ノ証明カラ見テモ明ナ様ニ, [1.2] ガ右及ビ左ノ積ノ和ニ對シテ成立テバ, 非可換群ノ場合ニモ成立チマス。

§2. 次ニ Pontrjagin-von Kampen ノ struktursatz ヲ使ヘバ locally bicompact group ガエルゴード的デアルコトモ証明出来マス。何故カト言ヒマストstruktursatz カラ（勿論可換群デスガ）

$$G = B + V^r$$

トr次元ヴェクトル空間トビコンパクト群ノ直和ニナリ，[2]ノ§15ニアル様ニソノイヅレモエルゴード的デスカラ，ソノ直和モ亦エルゴード的トナリマス，従ッテGガ局所ビコンパクト可換群，Eガ可分B空間デ，xT_g ガGヲパラメータートスル 換群デ弱可測，更ニ $\{xT_g\}$ ガ弱コンパクトナラバ，XハエルゴードデアルトイフコトヲC証明出来マス。[2：定理9]．特ニ河田氏ノ場合 L_2 ハ弱局所コンパクトデ，$|T_g| = 1$ デスカラ，[2]ノ定理8カラ，

$$S_n = \frac{1}{\mu(E_n)}\int_G xT_g \, d\mu_n$$

ハ固定点 a ニ強収斂シマス．