1015. *locally bicompactly bounded* ナ空間ニ就テ

寺阪　英孝（阪大）

§6. 二ツノ閉ヂタ($\dot{K}$)ノ和

前ニ定理4トシテ，二ツノ閉ヂタ($\dot{K}$)ノ和ハ高々($\ddot{K}$)ニナルコトヲ証明シ、参考定理1トシテ，($\dot{K}$)ノ和デ($L\dot{K}$)ニナルモノノ例ヲアゲタガ、ソノ序ニ問6トシテ，二ツノ閉ヂタ($\dot{K}$)ノ和ハ高々($L\dot{K}$)ナノデハアルマイカ．ト考ヘタノハ行過デアッテ，定理4ハ（少クモ $n=1$ ノ場合ニハ）ヨリ精密ニハナラナイコトガ分ッタカラ，コノ§デソレヲ証明スル、即チ

参考定理2 二ツノ閉ヂタ($\dot{K}$)ノ和ハ($\ddot{K}$)ニナルコトガアル。

例： $\{r_n\}$ヲ凡テノ有理数ノ集合トシ，三次空間 R^3

内デ

$$x=\gamma_n\ (n=1,2,\cdots\cdots)$$

ナル平面内ニ曲線

$$\gamma_n:\quad z=\frac{1}{3^n}\sin(3^n y)$$

ヲツクル. R^3空間カラ

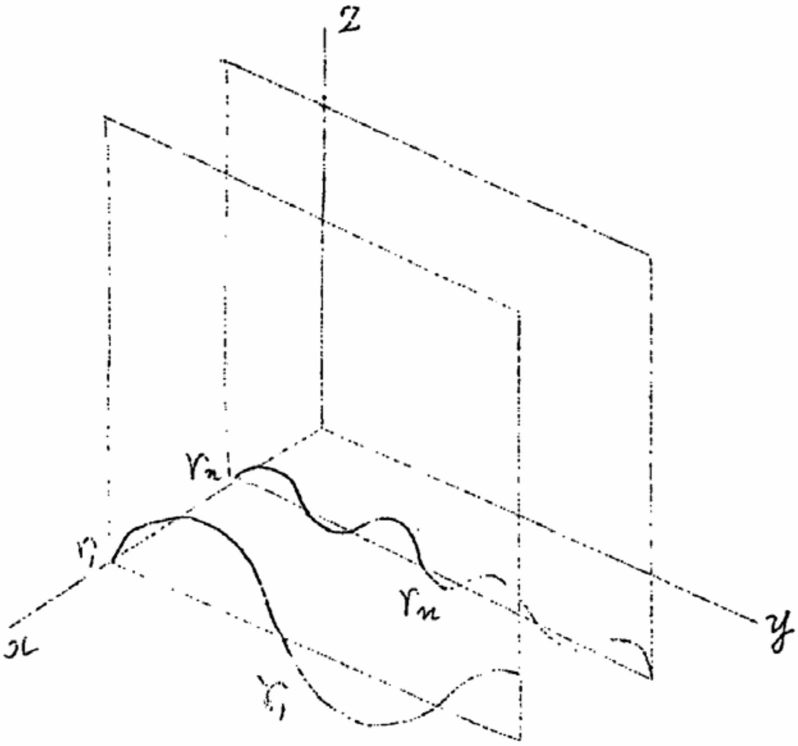
$$\gamma=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_n$$

ナル集合ヲ除イタモノヲRトスル:

$$R=R^3-\sum\gamma_n$$
$$=R^3-\gamma$$

又RトZ≧0トノ共通部ヲA, RトZ≦0トノソレヲBトスレバ

$$R=A+B$$



デアッテ, コレガ求ムル例デアル. 即チRハ($\ddot{K}$), 又A, Bハイヅレモ($\dot{K}$)デアリ, Rニ於テ開デアル。

(証) Rガ($\ddot{K}$)デアルコトヲ証明ショウ. ソレニハ $z>0$ 又ハ $z<0$ ナルR点ガ(LK)ナルコトハ明カ故, $z=0$上ノR点ガ($\ddot{K}$)ナルコトヲ言ヘバヨイ. ソノタメニ $z=0$上ノR点aヲ含ム有界ナ開集合(R^3ニ関スル)ヲOトスレバ, $O_R=O\cdot R$ノRニ関スル境界$\dot{O}_R$ガ少クモ($\dot{K}$)

デアルコトヲ云ヘバヨイ．（高々（K）デアルコトハ明）

今 $\{U\}$ ヲ

$$(※)\quad U\cdot O \neq 0,\quad U\cdot \dot{O}_R = 0$$

ナル條件ヲ満足スル領域（連結ナ開集合）ノ凡テトシ

$$O^* = \sum_{U\in\{U\}} U$$

ト置ケバ

(i) O^* ハ開集合デ $O \subset O^*$

(ii) $\dot{O}_R = \dot{O}^*_R$

(iii) O^* ハ有界

ガ成立スル。

(i) ハ明デアル．(ii) ヲ証明スルタメニ，(※) ノ條件 $U\cdot O \neq 0$，$U\cdot \dot{O}_R = 0$ ヲ満足スル一ツノ領域 U ニツキ，点 $x \in U\cdot O$ ヲトル．若シモ $U\cdot R = U - \gamma$ ガ O 以外ノ点 y ヲモ含ンダトスレバ，γ ノ性質カラ $U-\gamma$ ハ連結ナル故コレハ O ノ（R ニ関スル）境界 $\dot{O}_R$ ノ点ヲモ含ムコトニナリ $U\cdot \dot{O}_R = 0$ ニ反スルコトトナルカラ。$U\cdot R$ ハ O 以外ノ点ハ含マナイ。ソレ故

$$O^*\cdot R = \sum_{U\in\{U\}} U\cdot R \subset O\cdot R$$

(i) ヲ考慮ニ入レレバ $O^*\cdot R = O\cdot R$ トナリ，従ッテ $\dot{O}_R = \dot{O}^*_R$ ガ分ッタ。

(iii) ハ今ノコトカラ又當然デアル。

以上ニヨリ，O ノ代リニ O^* ニツイテ，$\dot{O}^*_R$ ガ高々

(LK) デハアリ得ナイコトヲ証明スレバヨイ。

今 $\gamma \cdot O^*$ ニ属スル一点 p カラ，γ ニ属スル曲線 γ_n ヲヒキ，$\dot{O}^*$ ト交ハル点ヲ q トスレバ，q ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点ニナル．何者，若シモ集積点デナカッタナラバ，$\dot{O}^*_R = \dot{O}_R$ ナルコトカラ，十分小サナ近傍（特ニ領域）$V \ni q$ ヲトレバ $V \cdot \dot{O}_R = 0$ ニナルトシ，コノ V ハ $V \cdot O^* \neq 0$ ナル故，$O^* = \sum_{U \in \{U\}} U$ ノ一項 U ニ對シテ $V \cdot U \neq 0$ ニナル．ヨッテ

$V + U$ ハ

$$(V+U) \cdot O \neq 0, \quad (V+U) \cdot \dot{O}_R = 0$$

ナル（※）ノ條件ヲ満足スル領域ダカラ，$O^* \supset V + U \ni q$ トナッテ $q \in \dot{O}^*$ ニ矛盾スル．即チ q ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点デナケレバナラナイ。

ソコデ初メニ與ヘラレタ O ノ内点 $a \in O \cdot R$ ニ収斂シ且 γ 上ニアル点列 $p_1, p_2, \cdots\cdots$ ヲ考ヘ，ソレニ対スル $\dot{O}^*$ 上ノ点 $q_1, q_2, \cdots\cdots$ ノ集積点ヲ q トスレバ，q ハ a ヲ通リ y 軸ニ平行ナ直線上ノ点ナル故，γ ニ属セズ，從ッテ $\dot{O}^*_R$ 上ノ点デアルが，コノ q 点ノ $\dot{O}^*_R$ ニ関スル近傍ハ（LK）ニハナリ得ナイノデアル．何者，$\dot{O}^*_R$ ニ対スル q ノ如何ナル近傍ニモ $\dot{O}^*_R$ ニ属シナイ点 q_n がアリ，而モ q_n ハ $\dot{O}^*_R$ ノ集積点ダカラデアル。

即チ $\dot{O}^*_R$. 從ッテ $\dot{O}_R$ が（LK）デハナイ（勿論（K）デモナイ）コトが分ッタカラ，R が $(\ddot{K})$ デアルコトが証明出来タ.

次ニA及ビBガ夫々$(\dot{K})$デアルコトハγノ造リ方カラ容易ニ分ル故，証明ハ略ス．——

参考定理1，2及ビ定理3ヲ綜合スレバ

《二ツノ開ヂタ$(\dot{K})$ノ和ハ$(\dot{K})$ニナルカ，$(L\dot{K})$＝ナルカ，$(\ddot{K})$ニナルカラデアル》

尚帰納法ヨリ，定理4ハ次ノ定理ニ擴張出来ルコトヲ附加ヘテオキタイ．

$\boxed{\text{定理}4'}$　（開加法定理）二ツノ開ヂタ(K^m)ト(K^n)トノ和ハ高々(K^{m+n})デアル。

ドノ程度ニ$m+n$ノ値ガ精密デアルカハ尚不明。