1010. 函數 $\varphi(z)=\dfrac{d\log J(z)}{d\lambda(z)}$ ニ就イテ

春木 博（神高商船）

$J(z)$, $\lambda(z)$ ヲ通例ノ冊數函數トシタトキ，

$$\varphi(z)=\frac{d\log J(z)}{d\lambda(z)}$$ トオクナラバ，$\varphi(z)$ ハ次ノ如キ諸性質ヲ持ツ。

(1) $$\varphi(z)=\frac{(\lambda+1)(2\lambda-1)(\lambda-2)}{\lambda(\lambda-1)(\lambda^2-\lambda+1)}=R(\lambda)$$

茲ニ λ ハ $\lambda(z)$ ヲ表ス。

(2) $\varphi(z)$ ハ $\mathfrak{J}(z)>0$ デ一價正則デ且ツスベテノ値ヲトル。實数軸ハ $\varphi(z)$ ノ自然境界デアル。

(3) $$\varphi\left(\frac{az+b}{cz+d}\right)=\varphi(z)$$

但シ a, b, c, d ハ整數ニシテ，$a\equiv1,\ b\equiv0,\ c\equiv0,\ d\equiv1$ (mod. 2)

$$ad-bc=1$$

(4) $\varphi(z)$ ヲ $t=e^{\pi iz}$ ノ函數トミル時 $t=0$ ハ一位ノ零点デアル。

(5) $\varphi(z)$ ノ零点ハ基本域 E ニテ．$i,\ -1+i,\ \frac{1}{2}(-1+i)$ ノミ、極ハ $\rho,\ -\rho^2$ ノミデアル。但シ E トハ $R(z)=1$, $|z-\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$, $|z+\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$, $R(z)=-1$ ニテ囲ノレタ開領域カラ $R(z)=1$ 及ビ点 $0, -1$ ヲ除ケル部分ヲサス。

(6)　$R(\lambda)$ ハ次ノ諸性質ヲ有ス。

$$R\left(\frac{1}{\lambda}\right)=-\lambda^2R(\lambda),\quad R(1-\lambda)=-R(\lambda),$$

$$R\left(\frac{1}{1-\lambda}\right)=(1-\lambda)^2R(\lambda),\quad R\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)=-(1-\lambda)^2R(\lambda),$$

$$R\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)=\lambda^2R(\lambda)$$

(証明)　$J(z)=\dfrac{4}{27}\ \dfrac{(\lambda^2-\lambda+1)^3}{\lambda^2(\lambda-1)^2}$ ヨリ容易ニ証セラレル。

(註)　上記ノ性質ヨリ $\varphi(z)$ ハ一価函数ナルコト勿論デアル。

―――（完）―――