1008. 代數方程式ニ就キテ

春 木 博（神戸高商船）

（定理） n 次ノ代數方程式

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots\cdots + a_n = 0$$

ニ於テ

$$|a_k| = Max(|a_1|, \cdots\cdots, |a_n|),$$

$$|a_l| = Max(|a_1|, \cdots\cdots, |a_{k-1}|, |a_{k+1}|, \cdots\cdots, |a_n|)$$

トスルトキ $|a_k| > n|a_l|$ ナラバ

$$\sqrt[n-k]{n\left|\frac{a_l}{a_k}\right|} < |z| \leqq 1$$

ニハ根ハ存在セズ。

（証明） $\sqrt[n-k]{n\left|\frac{a_l}{a_k}\right|} < |\alpha| \leqq 1$ ナル根 α が存在シタトスル。

$$\begin{aligned}
|f(\alpha)| &\geqq |a_k||\alpha|^{n-k} - (|\alpha|^n + |a_1||\alpha|^{n-1} \\
&\quad + \cdots\cdots + |a_{k-1}||\alpha|^{n-k+1} + |a_{k+1}||\alpha|^{n-k-1} + \cdots\cdots + |a_n|) \\
&\geqq |a_k||\alpha|^{n-k} - |a_l|(|\alpha|^n + |\alpha|^{n-1} \\
&\quad + \cdots\cdots + |\alpha|^{n-k+1} + |\alpha|^{n-k-1} + \cdots\cdots + 1) \\
&\geqq |a_k||\alpha|^{n-k} - n|a_l| > 0
\end{aligned}$$

之ハ $f(\alpha) = 0$ ニ矛盾スル。

—（完）—