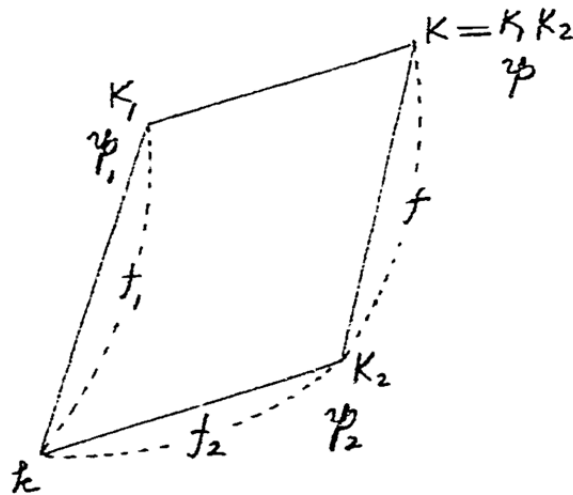


956. 合成体 / Primideal / 次数 =
 関スル Vassilion / 結果ニツイテ

守屋 美 嶺 雄 (北大)

代数体 (有理数体 = 関シテ有限次) k, k_1 / ニツノ有限
 拡大ヲ k_1, k_2 トシ, K ヲ k_1 ト k_2 トノ合成体トスル:
 $K = k_1 k_2$. K ヲラニツノ Primideal \mathfrak{p} ヲトリ, k_1, k_2
 k_2 ヲ \mathfrak{p} ヲ割リ切レル Primideal ヲ夫々 $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$
 トスル。



$\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2$ / $k_1 =$ 関スル次数ヲ
 f_1, f_2 トスレバ \mathfrak{p} / $k_2 =$
 関スル次数 f ナ

$$\frac{f_1}{(f_1, f_2)}$$

= 等シイトイフ / ガ Her-

brand / lemma ヲアル (Herbrand, Théorie
 arithmétique des corps de nombres de
 degré infini, Math. Ann. 106 卷). シカシ

コノ結果が正シクナイコトハ、筆者が曾テ指摘シテ置イタ
 (M. Moriya, über einen Satz von Herbrand,
 北大理学部紀要第4巻)所ガツノ後(後トイフノハ筆者が論
 文ヲ見タノカ後デアツテ論文ノ出来タノハ Herbrand
 ノモノヨリ早イラシイガ) Ph. Vassilionガ Rendic.
 Math. Palermo 56 巻ヲ同様ノ結果ヲ得テ居ルコト
 ヲ知ツタ。Vassilionノ場合ハ K_1 ガ \mathbb{Z} -閉シテガ \mathbb{Z} ノ
 体トイフ特別ノ制限ガツイテ居ルガ結果ハ矢張り上記ノ
 Herbrandノト同様ニツイテ居ル。

シカシユノ種ノ問題ガ、ガ \mathbb{Z} ノ体トイフ性質ガ特別ニ効
 イテ、一般ノ場合ニハ誤リテアルガ、ガ \mathbb{Z} ノ体ノ場合ニハヨ
 イトイフノハ少々虫ガヨスギハシナイカト思ヒ論文ヲヨク見
 タ所ガ、一番最後ノ所ガ少々怪シ氣ヲ論法ガ出テ来タ。ソレ
 ハ「 $K = \mathbb{Z}$ ニ於ケル \mathcal{P} ノ剰餘体ガ $K_1, K_2 = \mathbb{Z}$ ニ於ケル $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2$ ノ
 剰餘体ノ合成体ニナル」トイフ事柄ガコレハ証明トシテハ少
 々受取り難ク思ハレタ。

當時コレハ少々変カト思ヒハシタカ別段ウマイ反証ニ志
 ニハ出テカツタノヲ、ソノマコニシテ置イタガ、先日偶然又
 Vassilionノ論文ヲ見ル機会ガアツタノヲ、ソノ際少々
 考ヘテ見タラ矢張り Vassilionノ結果ハ誤リカトイフコ
 トガワカッタ。以下 Vassilionノ結果ガ成立シナイ例ヲ
 出シテ見ル。

基礎体 \mathbb{Z} ヲ特ニ有理數体 \mathbb{R} トスル。

\mathcal{P} ヲ $4k+1$ ノ形ノ素數。

$q \equiv p \pmod{q}$ が二次非剰餘トナルヨウナ素数

(例へば $p=5, q=3$)

$$K_1 = R(\sqrt{pq}), K_2 = R(\sqrt{q})$$

$K = K_1 K_2$ が素数 q を割り切ル Primideal \mathfrak{q} トシ K_1, K_2 が \mathfrak{q} を割り切ル Primideal $\mathfrak{q}_1, \mathfrak{q}_2$ トスル。

$K_1/R, K_2/R$ は夫々 $\mathfrak{q}_1, \mathfrak{q}_2$ を Diskriminanten-teiler トシテ有シテ居ル。

然ツテ $\mathfrak{q}_1, \mathfrak{q}_2 \mid R =$ 閉スル次数ハ1, 若ニ Vassilion / 結果ガ正シケレバ $\mathfrak{q} \mid K_2 =$ 閉スル次数ハ1 トナリ \mathfrak{q} ハ結局 $R =$ 閉シテ一次 / Primideal $=$ ナル。

所ガ他方 K ハ部分体トシテ $K_0 = R(\sqrt{p})$ を含ム、ソシテ $K_0 =$ 於テハ q ハ分解シナイ (何故ナラ $(\frac{p}{q}) = -1$ ナカラ) 即チ (q) ハ K_0 / Primideal ナリ、 $R =$ 閉スル次数ハ2 トナル。

依ツテ \mathfrak{q} / $R =$ 閉スル次数ハ少クトモ2 ナケレバナラナリ。然シコレハ上記 / Vassilion / 結果ト一致シナイ。

—— 以上 ——