949. Riemann 面ノ型ニ就テ

吉田 節之助(海軍機關學校)

有限個ノ Grundpunkt ノ上デノミ分岐シ、ソレ等ガスベテ對數的デアルヤウナ Riemann 面ノ型ニツイテ考ヘマシタ。コノ種ノ Riemann 面ノ型ハソノ Verzweigungsstärke ダケカラ判定シ得マセン。構造上更ニ本質的ナル性質ヲ必要トスルノデス。ソレガ何デアルカ小林先生ハ或ル特定ノ條件ヲ滿足スルモノニツイテハ Nevanlinna ノ級數ノ收斂性ガ完全ナル型ノ判定條件タリ得ルコトヲ述ベテ居ラレマス。コレニ關聯シテ一二述ベタイト思ヒマス。

Riemann 面 W ノ位相樹木 T ノ n 次節點ノ個數ヲ $\mu(n)$, $\sigma(n)=\sum_{K=1}^{n}\mu(K)$ トスル。先ヅ W ヲ角谷氏ノ方法ニ従ッテ面 Σ ニ寫像スル。Σ ハ $\zeta(=\xi+i\eta)$ 平面ノ第一象限上ニアルモノトシ, コレヲ直線 $L_n: \xi+\eta=n$ ($n=1, 2, \ldots\ldots$) ニ沿ッテ切斷スル。

L_n ト L_{n+1} トノ間ニアル Σ ノ部分 Ω_n ハ有限個ノ梯形及ビ三角形ガツナガッテ出來テ居テソノ内周ノ長サハ $2\sqrt{2}\,\sigma(n)$, 外周ノ長サハ $2\sqrt{2}\,\sigma(n+1)$ デアル。Ω_n ノ梯形及ビ三角形ヲソノ外周ニアル辺ガ $\frac{\sigma(n)}{\sigma(n+1)}$ 倍ニ縮小スルヤウニ変換スル。

コノ変換ニテ Dilatations-quotient ハ常數ヲ除キ $\left(\frac{n\,\mu(n)}{\sigma(n)}\right)^2$ 以下トナル。ココニ新シク出來タ梯形及ビ三

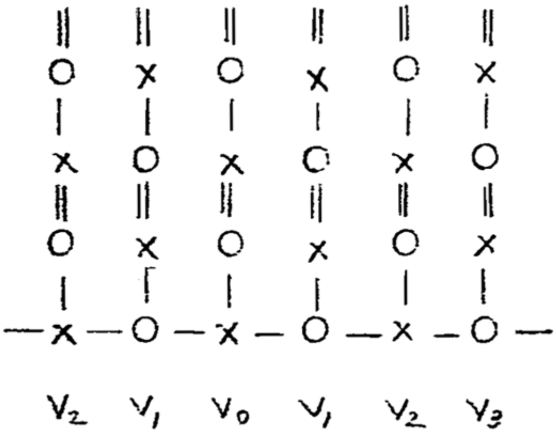
角形ヲ必要アラバ relative displacement ヲ行ッテモトノ順ニツナギ合セルトキ長サ $\sigma(n)$ 幅1ナル矩形ヲ得ル。relative displacement ノ際ノ Dilatationsquotient ハ有界デアルトスル。コノ場合 Riemann 面 W ハ殆ンド對称ニ分岐スルトイフ。コノ條件ハ almost homogeneous トイフ條件ヨリ幾分強イ條件デアル。コゝニ得タ矩形ヲ例ニヨッテ $\frac{1}{\sigma(n)}$ ニ縮小シ n ノ順ニ並ベテ Teichmüller ノ議論ヲ用ヒレバ

級数 $\sum\left\{1+\left(\frac{n\mu(n)}{\sigma(n)}\right)^2\right\}\frac{1}{\sigma(n)}$ ガ収斂スレバ W ハ双曲的デアル。

トイヒ得ル。從ッテ Nevanlinna ノ定理ト合セテ

$\frac{n\mu(n)}{\sigma(n)}$ ガ有界デ且ツ殆ンド對称ニ分岐スル Riemann 面ガ抛物的デアルタメノ必要且ツ十分ナル條件ハ Nevanlinna ノ級数 $\sum\frac{1}{n\mu(n)}$ ガ発散スルコトデアル。

トイヒ得ル。



圖ノ如キ位相樹木ヲモツ Riemann 面ハ almost homogeneous デ, コレニ對シテ Nevanlinna ノ級数ハ収斂スルガ殆ンド對称デハナイ. 一般ニ位相樹木 T ガコレト位相的ニ合同ナル Riemann 面 W ヲ考ヘル。T ノ一枝点 V_0 ヨリコレニ續ク枝点ヲ順次 V_1, V_2, V_3, -----

ト名付ケル。相隣レル V_{n-1} ト V_n トノ距離ノ大キイ方ヲ $\varphi(n)$,

$\psi(n) = \max(\varphi(1), \varphi(2), \cdots\cdots, \varphi(n))$ トスルトキ

級数 $\sum \dfrac{1}{n\psi(n)}$ ガ発散スルトキ Riemann 面ハ抛物的デアル。

コトガ証明出来ル。従ツテコノ種ノ Riemann 面ニ対シテハ Nevanlinna ノ定理ガ限度ヲ示スモノデハナイ。

（　）コノ種ノ Riemann 面ハスベテ抛物的デハナカラウカトハ嘗テ小林先生カラ提出サレタ問題デス。未ダ完全ニハ解ケマセン。上ノ証明ハ省略シマシタ。