931. Vollständig primärer Ring

行列環＝ツイテ注意

松島 崇三（阪大前期）

primärer Ring /構造1主定理トツレ「ソレハ
collständig primärer Ring」上/行列環＝
ナル」がアリスカ、ソナ遂へ無條件＝ハ成立テテイ様が
大。Deuring 1本＝ハ voll. primärer Ring
上/行列環がhalbprimar プラバ、ソレハprimär
dual 吹き風＝アリスカ、証明ヲ見レバ Radicalノ
存在ダケレカ仮定シテアリフセン、ソコテコレヲ満丁
弱イ条件ヲ満キヘルコトヲ考へテ見マシタ。

デフ準備トシテ

Def. Schiefring 0ə が Eins ヲモテ、Radikal
K がットヘ、Restklassenring 0ə/K がein-
fach＝ナル場合 0ə プリマールト云フ。
0ə/K が単＝Schieffkörper ＝ナル場合テ voll-
ständig primär トイフ。（Radikal 構換え
ハ Deuring 1本＝ヨル）

1. 0ə が primär プラバ、eigentlich + re-
guläres zweiseitigs Ideal ラモタナイ。又ein-
seitig + reguläres Ideal ハ Idempotent ハ
有スル。組イ reguläres Ideal トハルクトテハ

-265-
nilpotent + ヤザリ元素 とフクマ Ideal \( \mathfrak{a} \)

(証)

\( \mathfrak{a} \) が regular + 両側 Ideal \( \mathfrak{a} \) とフックセット \( (\mathfrak{a}, \mathfrak{a})/\mathfrak{a} \)
\( \mathfrak{a} \cap \mathfrak{a}, (0) + \) やパル 両側 Ideal \( \mathfrak{a} \) が \( \mathfrak{a}/\mathfrak{a} \) と simple フュフマラ + (\( \mathfrak{a}, \mathfrak{a} \))/\( \mathfrak{a} \) = \( \mathfrak{a}/\mathfrak{a} \).

故 = (\( \mathfrak{a}, \mathfrak{a} \) = \( \mathfrak{a} \).

故 = \( \mathfrak{a} \), エン \( e \) \( e = b + \gamma \) \( b \in \mathfrak{a} \) \( \gamma \in \mathfrak{a} \) と表オルル。

\( e = e^2 = b^2 + b\gamma + \gamma b + \gamma^2 \)

\( \mathfrak{a} \) と両側 Ideal だけから \( b^2 + b\gamma + \gamma b = b^{(1)} \in \mathfrak{a} \)

\( = b^{(1)} + \gamma^2 \)

同様に \( e = e^n = b^{(n)} + \gamma^{2n} \) \( n \) と \( \gamma + \gamma \) = ペン \( \gamma^2 = 0 \)

\( = b^{(n)} \in \mathfrak{a} \)

故 = \( \mathfrak{a} = \mathfrak{a} \)

次 = \( l \cap \mathfrak{a} \), regular + 左 Ideal とスレッヘ \( l \subset l \mathfrak{a} \)

+ 故 \( l \mathfrak{a} \) が regular + 両側 Ideal = オリ.

故 = \( l \mathfrak{a} = \mathfrak{a} \)

従介 \( e = b \cdot a \) \( b \in l \) \( a \in \mathfrak{a} \) と表オルル。

\( ab \in l \) が \( (ab)a = a(ba) = a \neq 0 \) だけから \( ab \neq 0 \) で

\( ab \cdot ab = a \cdot ba \cdot b = ab \neq ab \) \( l = \) フクマラ

Idempotent フーラル.

(\( \varphi \). \( e \). \( d \))

vollständig primarer Ring \( \mathfrak{a} \) \( \setminus \) エン

以外 = Idempotent フックマラ + (\( \mathfrak{a} \) l uering.
Algebren p. 18) 上にガントホリ、 regulär し ein seitiges Ideal へ Eins ツフクと、従ツテ、 prescription げ 1 実質的 regulare Ideal シフクマスコト か カル。

2. Schieftring 0, 2, \ Linksnilideal \ l_1, l_2 ア トルトキ サムメ (l_1, l_2) イ 1dempotent シフクマクタイ。

コエハ，Köthe，論文 (Math. Zeit. 32, 1930)
証明シテアリコス。

3. \ D の vollständig primärer Ring トノ
\ Q へ \ D へ 上に S ナ MATRIZEURING トスル。\ D シ primär チルタメノ必要且ツ 1 トナル条件ア \ D ン reguläres Ideal が Idempotent シフクムコト プリアル。

(証)
必要ナルコトアノヨリ明カデス。

1 トナルコトドノRadical \ R トスル。

\ R = R' c_1 + R' c_2 + \ldots + R' c_s + \ldots + R' c_{ss} トスレバ \ R へ \ D ン 両側 Ideal チルコトハ明カデアル。（組 \ シ c) トノ \ 行列単位）l_i = R' c_1 + R' c_2 + \ldots + R' c_s トカケリ，l_i へ \ Ds 1 Linksnilideal デ，\ R = l_1 +
\ldots + l_s デアルクラ，2 ド仮説ヨリ \ R シNilideal

-269-