

## 911. ふうべにうす多元環 = ツイテ補足(二)

[Braner / 疑問へ / 反例]

中山 正 (阪大)

フロベニウス環 (F環) / 実例トシテ有用ナモノハ、  
マッ第一ニ有限群 / 群環 (タツシ基礎体ハ素標数体ヲヨ  
ク、勿論ソノ場合ガ興味アル場合ヲアル) (Part I, § 9)  
ガアリ、更ニ Grassmann-Cartan / outer diff.  
forms / 環ガアル (Part II, § 1), (丁度西三日前ニ  
未タ Annals / topf / 論文ニモ、コノ環ガ主役ヲシテ  
ホル様ヲスネ。 + ホ Alexander / Grating / 所ニ  
出テ来ル類似 / 然レ一寸違フ環モ (有限 / 場合) F環デア  
ルマス)

群環ハ單ニ F環デアルバカリヲナク Braner -  
Resnitz / 意味ヲ對稱環デアルコトハ云フマデモアリ

マセヨ。

サテ、前談話デ  $F$  環ハ左右いでや百束が逆同型デシカ  
モ對應スル左右いでや百、*dual* + 次元ヲモットデ特徴  
ヅケラレルコトヲ述ベマシタ。然ルニ上記ニツノ環ニオイテ  
ハ、更ニ他ノ左右いでや百間ノ一對一對應ノアルコトガヨ  
ク知ラレテキル。即チ左右いでや百束ノ (*direct* +)  
同型。ナゼナラ、コレヲノ環ハ (*involutional* +) 逆  
同型ヲモツテキル。即チ群環デハ群ノ元ニソノ逆ヲ對應サ  
セタモノデアリ、*outer algebra* = アツテハ、ソレ  
ヲ生成スル  $C_1, C_2, \dots, C_n$  (タビシ  $C_i^2 = 0, C_i C_j$   
 $= -C_j C_i$ ) ヲトレバ  $C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_r} = C_{i_r} \dots C_{i_2} C_{i_1}$   
ヲ對應サセレバヨイ。ヨツテ、コノ左右いでや百束間ノ同  
型ト、我々ノソノ前述ノ逆同型ヲ組合セバ コレヲノ環ノ左  
(又ハ右) いでや百束ハ自己逆同型デアル。

シカシ一般ノ (單 =  $F$  環 + ルノミナラズ) 對稱環ニオイ  
テハソノ様ナコトハナシ。ソレハ明ラカデアアル、例ヘバ單純  
環デ歪体デナシモ、ソレテソレニ對應スル歪体が逆同型ヲ  
モタヌモノヲ考ヘレバ、スデニソノ片側いでや百束ハ自己逆  
同型デナシ。シカシコノ例デハ、環ヲ直既約左いでや百 = 分  
ケレバ (コノ場合單純左いでや百ナカガ)、ソノ部分左いで  
や百ノナ束ハ自己逆同型デアル。スナハチ正規表現ノ直  
既約成分ノ表現加群ノ部分群ノ束ガ自己逆同型デアル。  
然レ、コノ最後ノ性質ヲモタヌ對稱環ヲツクルニモ容易デ

アル。

スナハチ例ハバ *vollprimär* + 對稱環、タジシ *linearisierbar* デナイモ、シカモソノ根基 = 対スル剩餘至体が自己逆同型ヲモタヌモ、アツクレバヨイ。

然シナガラ、コレラノ例ハ自己逆同型デナイ至体ニタヨツテキルノデアツテ、代数的閉体ノ上デハアリ得ナイ。更ニ東トシテハ自己逆同型デハナイガ、シカシソレニ幾分近い上下ノ對稱ヲモツテキル、スナハチ 上カラ及ビ下カラ次々ニ最大完全可約部分 アツクツテクレバ (スナハチ所謂 *Loewy parts*)、上下ソレゾレ何ジ表現デアアル。

ソレナラ、(代数的閉体ノ上ニ制限シテトシテ) コノ最後ノ如キ上下ノ對稱性ガ、或ヒハ更ニ弱メテ上下ノ次々ノ *Loewy parts* ノ 大キサ ガケテモ對稱ニナレト云フヤウナコトヲモ一般ノ對稱環ニ云ヘナイカラウカ?

何モ云ハルト云フ根拠ガアルワケデナイノデスガ、ソノ疑問ハ群環ノ例ナド扱ツテキルトフト起キル。現ニ *Braner* モソノコトガアリハシナイカラウカト云ツテキタノデシタ。

ソノトキ自余モ、ドチラトモ云ヒ兼ネテキタノデスガ、ソシテ反例アツクルニモソウ簡單ソウデナイノデ、ズットソノマヨニシテキマシタガ、最近ドウヤラ反例ガ出来マシタカラ御報告イタシマス。

即チ

$$\nabla_1 = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 & \beta_1 \\ \alpha_3 & 0 & \beta_1 \\ \alpha_4 & 0 & 0 & \beta_1 \\ \alpha_5 & \beta_2 & \beta_3 & 0 & \gamma_1 \\ \alpha_6 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \gamma_2 & \alpha_1 \end{pmatrix}$$

$$\nabla_2 = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 & \gamma_1 \\ \beta_3 & 0 & \gamma_1 \\ \beta_4 & \gamma_2 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_5 & 0 & \gamma_2 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 \\ \beta_7 & \gamma_3 & \gamma_4 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \beta_1 \end{pmatrix}$$

$$\nabla_3 = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 & \alpha_1 \\ \gamma_3 & \alpha_2 & \beta_1 \\ \gamma_4 & \alpha_3 & 0 & \beta_1 \\ \gamma_5 & \alpha_5 & \beta_2 & \beta_3 & \gamma_1 \end{pmatrix}$$

トシテ

$$S = \begin{pmatrix} \nabla_1 \\ \nabla_2 \\ \nabla_3 \end{pmatrix}$$

トシテ行列ヲ考ヘル。カ、ル形ノニツノ行列ノ積ハスタカコル

形ノ行列ニナルコトハ實際マツテ見レバワカル。(實ハ若シ  
實際ニマツテ見ル勞ヲトツテイタゞケレバ、コノ例)

*Mechanism* がヨリ明カニナルコトニ思ヒマス)。ヨ  
ツテカナル行列全体 ( $\alpha, \beta, \gamma$ , 等ガ独立ニアル体ノ上ヲウ  
ゴクトシテ) / ナス, 8次元ノ多元環  $A$  ヲ考ヘル。

然ラバ、再ビ實際マツテミレバワカル如ク  $S$  が實ハ左  
正規表現デアリ、 $V_1, V_2, V_3$  ハソノ直既約成分デアル。而  
シテ タトヘバ  $V_1$  ヲ見レバ容易ニワカル如ク、コノ場合前  
記ノマツテ *Loewy parts* 間ノ對称性ナド存在シタイ。  
然ルニコノ  $A$  ハ實ハ對称環デアル。ソレモ實際ニ *para-*  
*strophic matrix* (規準行列) ヲ計算スル勞ヲト  
レバヨイ。即チ上ノ  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \beta_1, \dots, \gamma_1, \dots$  / 各  
ニドレカ  $1$  ニシテ、他ヲ  $0$  ニシタトキノ行列ヲソレゾレ  
 $a_1, a_2, \dots, b_1, \dots, c_1, \dots$  トスレバソレラガ  $A$  ノ基  
ニナルガ、規準行列ニオケルソレラニツイテノ *parameters*  
ヲ  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \mu_1, \dots, \nu_1, \dots$  トスル。ソレテ今  
特ニ  $\lambda_6 = \mu_7 = \nu_5 \neq 0$ , 他ノ  $\lambda, \mu, \nu$  ハ  $0$  トオ  
ケル。ソノ時ノ規準行列ハ *non-singular* デシカモ  
對称行列ニナル。