891. *Hyperbolische komplexe Zahlen* 及ビ *parabolische komplexe Zahlen* ノ函数論ノ *Hintergrund* トシテノ諸 N.E. *Geometrien*

高須 鶴三郎（東北帝大）

本誌 885 ノ拙話ニ関スル 886 ノ淺野啓三君ノ *Bemerkungen* ハ面白ク拝見シマシタが，其ノ中 $z=x+py$，（p = *Infinitesimale*）ノ場合ハ略ヽ同ジコトヲ私モ

ヤリマシタガ, 885デ述ベマシタ Blaschke, Differentialgeometrie, III ノ Aufgabe ニモ大体出テ居リマス. 私ハ目下 $Z=x+my$, $(m=i, h, p)$ ヲ一所ニ扱フ方針ノ下ニ, 単位ヲカヘズニヤッテ居リマスガ, 其ノ Hintergrund トナル xyー平面ノ法則ガ, projektive Gruppe ノ Untergruppe ノ幾何学トシテノ metrische Geometrien 九種(次表ノ通リ)

角 \ 長サ	elliptisch	parabolisch	hyperbolisch
elliptisch	I	II	III
parabolisch	IV	V	VI
hyperbolisch	VII	VIII	IX

ノ中, $m=i\ (i^2=-1)$, $m=h\ (h^2=+1)$, $m=p\ (p^2=0)$ ニ對スルモノガ夫々 II, VIII 及ビ V デアリマシテ, V, VIII ハ在来扱ハレテ居リマセヌ(尤モ VIII ハ所謂 Minkowski-Lorenz 変換ヲ二次元平面(xt- 平面)デ截ッタ切口デ扱フ時 slightly ニ touch シテアリマスガ!) II ハ所謂 stereographische Projektion デ I ニ表現出来マス. 同様ニ II, V, VIII ヲ夫々 I, IV, VII(或ハ夫々 III, VI, IX)ニ表現スル stereographische Projektion ガアル訳デアリマス。

斯ク見レバ, I …… IX ノ九ツノ幾何学ハ平等ノ權利ト same order ノ意義トヲ有ツ所ノモノデアリマシテ, Veblen — Young, Projective Geometry, II ノ

如ク，projective geometry ノ partial-geometry ヲ扱フトキニハ，在来ノ様ニI，II，III ダケ扱フノハ不都合ナコトデ，九種ヲ全部述ベルノが至當デアリマス。

然シ実際問題トシテハ、講義ニシロ、本ニシロ，九種ヲ別々ニ扱フノハ大変デアリマス。ソコデ可成的九ツヲ一所ニ扱ヒタイモノデアリマス、実際次ノ如クスレバ，其レが可能デアリマス。

即チ，在来 N. E. G.（例ヘバ拙著 非ゆーくりっど幾何學，共立社 —— 之レハ originality 多ク，半バ論文ナノデス）ニ於テ角 θ ヲバ

$$\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2},\quad \sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i},$$

$$\theta=\frac{1}{i}\log(i,i_2,g_1g_2)$$

ヲモトニシテ出発スルノニ對シテ。

$$\cos m\theta=\frac{e^{m\theta}+e^{-m\theta}}{2},\ \sin m\theta=\frac{e^{m\theta}-e^{-m\theta}}{2m},$$

$$\theta=\frac{1}{m}\log(i,i_2,g_1g_2)$$

$$(m=i,\ h,\ p)\quad(\cos i=\cos)$$

型ノモノヲモトニシテ出発シ，長サ S ヲバ

$$\cos n\,s=\frac{e^{ns}+e^{-ns}}{2},\quad \sin n\,s=\frac{e^{ns}-e^{-ns}}{2n},$$

$$s=\frac{1}{n}\log(I,I_2,P_1P_2),$$

$$(n=i,h,p)\quad(\cos i=\cos)$$

型ノモノヲモトニシテ出発シテ N.E.G. ニ於ケルト同様ニ三角法其ノ他ノ公式ヲ導イテ

$n \backslash m$	i	p	h
i	I	II	III
p	IV	V	VI
h	VII	VIII	IX

トスレバ，九種ガ一所ニ扱ヘマス。其ノ中，$p \to 0$ ニハ $i_2 \longrightarrow i_1$ ヤ $I_2 \longrightarrow I_1$ ガ伴ッテ調節ガ出来ルノデス。私ハ三種ノ新函数論ヲ斯カル II, V, VIII ヲ Hintergrund トシテ組織的展開ヲ試ミテ居リマス。V ヤ VIII ハ幾何学屋ガ御引受ケスルノガ便利デアリマス。

上ノ記法ニ於テ，例ヘバ $\cosh s$ ハ

$$\frac{e^{hs}+e^{-hs}}{2}=\frac{e^{i\frac{s}{il}}+e^{-i\frac{s}{il}}}{2}=\cos\frac{s}{K},\ \left(\frac{1}{K}=\frac{1}{il}=\frac{n}{i};\quad l=\text{reell}\right)$$

トナリマス。

$\boxed{\text{附記}}$ 今考ヘテ居ル三種ノ komplexe Zahlen $x+iy$, $x+hy$, $x+py$ ヲマトメテ $x+my$ ト表ハシマスト，

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=\varepsilon a^2,\quad (x-\alpha)^2-(y-\beta)^2=\varepsilon a^2.$$
$$(y-\beta)^2=4\alpha(x-\alpha)$$

ヲ一マトメニシテ，

$$(x-\alpha)^2-(my-m\beta)^2=\varepsilon a^2,\quad (\varepsilon=\pm 1)$$

トシテ扱フコトが出来マス。$m = p \to 0$ ニ對シテハ β ト c ガ β' ト d ヲ含ム所ノ相當ノ *limit* ニ *tend* スル勢ヲモッテ居ルトスルノデス。コノ調子デ稍程度ノ高イ初等解析幾何学ニ於テハ，楕円，双曲線，抛物線ノ性質ヲ m ヲ用ヒテ一所ニ扱ッテパルプト時間トヲ節約スルコトが可能デアリマス。*elliptisch*, *parabolisch*, *hyperbolisch* ナ共形幾何學，*Laguerre* 幾何學，*Lie* 幾何學合計九個以上ヲ一所ニ扱フコトハ學士院記事ニ近々出ルコトニナッテ居リマスガ、$m = i, \varepsilon, p$ ノ算法ヲ用フル点ガ鍵デアリマス。