715. Überdeckung ノ Dualität ニ就テ

小松　醇郎（阪大）

K. Reidemeister[1] ノ Überdeckung ヲ

Zellenraum ノ場合ニ擴張シタコトガアル[2]ガ、是ハ尚一般ニスルコトガ出來ル。Dualität ノ關係ハ矢張リ成立スル。小平氏ノ論文[3] ノ Allgemeine Algebraische Zellenkomplex ニ條件一ツツケタモノデアル。

① D: Zellenraum in Tuckerschen Sinne.

a^k: Element von D. k ハ Dimension.

各元 a_i^k ノ Koordinatengruppe (Koeffizientenbereich) $\mathfrak{J}_i^k$ ハ或ル Diskrete ノ Abelsche Gruppe. Element ニ depend ス.

u-Überdeckung U_u ノ元ハ $x_i^k a_i^k$, $x_i^k \in \mathfrak{J}_i^k$,

但シ次ノ條件

1). $\mathfrak{J}_i^k$ ハ $\mathfrak{J}_j^{k-1}$ ニ homomorphe Abbildung

---

1). K. Reidemeister; Überdeckungen von Komplexen. Crelle. 173.

2). A. Komatu; Über die Dualitätssätze der Überdeckungen. Jap. Jour. of Math. 8. 是ニハ少シ誤ガアッタ。Duality ノ証明ニハ關係ガ無イガ、§2 ノ Lemma, ring isomorph デハナイ。

3) K. Kodaira; Über den Allgemeinen Zellenbegriff und die Zellenzerspaltungen der Komplexe. Proc. Imp. Acad. 14.

γ_{ij}^{k} アリ.

2) $a_i^k \not> a_j^{k-1}$ ナラバ $\gamma_{ij}^k = 0$.

3) $\sum_i \gamma_{ij}^k \gamma_{ki}^{k+1} = 0$

4) $\gamma_{ij}^k \gamma_{ki}^{k+1} = \gamma_{ej}^k \cdot \gamma_{ke}^{k+1}$

U_u ハ一ツノ Zellenraum. Überdeckung ノ Homologiegruppe ノ定義ハ次ノ如シ。

r 次元 Kette ハ $f^r(a_i^r)$ ナル Funktion. トル値ハ群ノ元

$$f^r(a_i^r) \in \mathfrak{J}_i^r.$$

u-Rand: $g_u f^r = f^{r-1}(a_j^{r-1}) = \sum_i \gamma_{ij}^r f^r(a_i^r)$

Betti 群. $B_u^r(D)$ ノ定義ハ通例ト同ジ。

② 此ノ U_u ニ dual ナ Überdeckung U_o ハ, a_i^k ノ Koordinatengruppe $\mathfrak{G}_i^k$ ハ $\mathfrak{J}_i^k$ ノ Charakterengruppe.

U_o ノ元ハ $y_i^k a_i^k$, $y_i^k \in \mathfrak{G}_i^k$.

且ツ 1), $\mathfrak{G}_j^{k-1}$ ハ $\mathfrak{G}_i^k$ ニ homomorphe (stetig) Abbildung $\bar{\gamma}_{ji}^k$ アリ.

但シ此ノ $\bar{\gamma}_{ji}^k$ ハ前ノ γ_{ij}^k ニ對應スル奴[1]

1) A. Komatu: 前出. §2. Lemma. 對應ニヨツテ gruppe トシテ isomorph. 積ノ operation デハ $\gamma_1\gamma_2 \to \bar{\gamma}_2\bar{\gamma}_1$.

$\mathfrak{U}_n$ ト同様ナ性質 2), 3), 4) ハ γ_{ij}^{κ} ニ與ヘラオケバ對應スル $\overline{\gamma}$ ニハ出テ来ル。

r 次元 Kette. $h^r(a_i^r)$

$$h^r(a_i^r) \in \mathfrak{g}_i^r$$

o-Rand: $g_0 h^r = h^{r+1}(a_k^{r+1}) = \sum_i \overline{\gamma}_{ik}^{r+1} h^r(a_i^r)$.

Betti群 $B_0^r(D)$. 同様.

③ 上ノ如キ $\mathfrak{U}_n$, $\mathfrak{U}_0$ ヲトレバ $B_u^r(D)$, $B_0^r(D)$ ハ互ニ Charakterengruppe. 証明ハ前 1) ト同様.

④ 特別ノ Zellenraum 及ビ特別ノ Gruppe $\mathfrak{J}_i^r$ ナラバ ③ ノ Dualität ノ關係ハ普通ノ Komplex ノ Dualität カラ出ル. 即チ

小平氏ノ論文ノ 2. Allgemeine Zellenzerspaltung $K \to D$ ガ特ニ

$$[x_i^r : x_j^{r-1}][x_j^{r-1} : x_k^{r-2}] = [x_i^r : x_h^{r-1}][x_h^{r-1} : x_k^{r-2}]$$

ナル條件ヲ充スモノナラバ

$$B_u^r(K) \approx B_u^r(D).$$

茲ニ $B_u^r(D)$ ハ D ノ u-Überdeckung ノ Homologie gruppe デアル. Obere Homologie gruppe モ同様ニ

$$B_0^r(K) \approx B_0^r(D).$$

Komplex K ノ普通ノ Homologiegruppe
$B_u^r(K)$, $B_0^r(K)$ ハ互ニ Charaktergroup. 従ッテ
Überdeckung ニヨル.