697. 雑　記

山内　省　三（阪大）

Kompaktum $F \subset R^n$ ガ Komplexenfolge

$$(1) \quad K_1, K_2, \cdots\cdots K_m, K_{m+1}, \cdots\cdots \quad \varphi(K_{m+1}) = K_m$$

デ定義サレルコトハ P. Alexandroff ニヨリ証明サレタノデスガ、Folge (1) ニ於ケル各 Komplex K_m ハ具体的ニ

ドウ作ルカト云フコトハ示サレテオリマセン。適當ニ作ルトFが定義サレルト云フノデス。

Fノ ε_m-überdeckung ノ Nerv トシテ K_m ヲ考ヘル際 Fノ Menge トシテノ如何ナル性質ニ K_m ハドノ様ナ影響ヲ受ケルダロウカ、ソレニツイテハ唯次ノ様ナコトが云ヘマス。

I. (i) $F^n \subset R^n$ が Hurewicz, Menger[1] ノ意味デ ein-stufig zusammenhängend デアルトキハ Fノ ε_m-überdeckung ($\lim_{m\to\infty} \varepsilon_m = 0$) ノ Nerv K_m ハ Zusammenhängend ナ Komplex デ然モ

(ii) Fノ Schnitt S ($\dim S = 0$) が高々有限個ノ点ヨリ成ルトキハ、アル m_0 ニ対シ $m \geqq m_0$ ナル m ニ對スル K_m ハスベテ nicht-stark Zusammenhängend,[2]

(iii) Sが少クトモ一ツ集積点ヲ有スルトキハ K_m ハ常ニ starkzusammenhängend ニ出来ル。

II. Fが i-stufig-zusammenhängend ($i > 1$) ナルトキハ常ニ K_m ハ stark-zusammenhängend ニ出来ル。

一般ノ次元ノトキハ Induktion ヲ使ヘバヨロシ

---

1) W. Hurewicz und K. Menger: Dimension und Zusammenhangsstufe Math. Ann. 100

2) P. Alexandroff u. H. Hopf Topologie erster Band

イカラ、コンデハ F^2 ノ場合ダケニツイテ Nerv ヲ作ッテミマセウ。

$$F^2 \subset R^2$$

$$F = F_1 + S + F_2 \qquad S = \overline{F}_1 \cdot \overline{F}_2 \qquad \dim. S = 0$$

(i) S ガ高々有限個ノ点ヨリ成ルトキ

即チ $S = \{P_1, P_2, \text{-----}, P_S\}$ トスル。

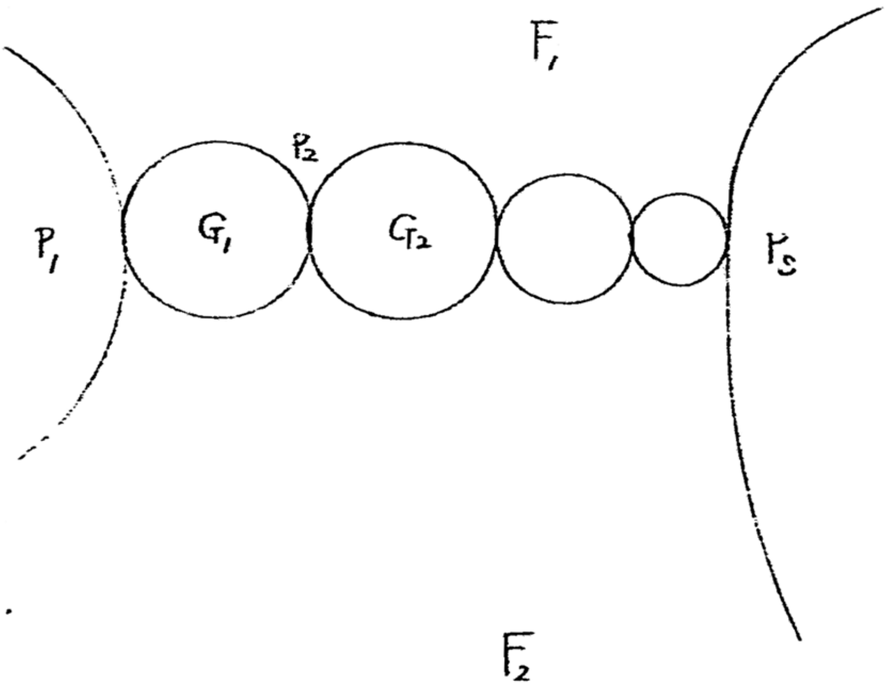

Fig 1.

Außenraum ノ Komponenten ヲ

$$\overline{R^2 - F} = \{\overline{G}_1, \overline{G}_2, \text{-----}, \overline{G}_{S-1}, \text{-----}\}$$ トスル。

コノ中 Bogenpaar $\overbrace{P_1 P_2}^{1}$, $\underbrace{P_1 P_2}_{2}$; $\overbrace{P_2 P_3}^{1}$, $\underbrace{P_2 P_3}_{1}$; ----; $\overbrace{P_{S-1} P_S}^{1}$, $\underbrace{P_{S-1}, P_S}_{2}$ ニテ囲マレルモノヲ

$$\overline{G}_1, \overline{G}_2, \text{-----} \ \overline{G}_{S-1}$$ トスル。

即チ $\overline{G}_\nu$ ハ bogen $\overbrace{P_\nu, P_{\nu+1}}^{1}$, $\underbrace{P_\nu, P_{\nu+1}}_{2}$ ニヨリ囲マレタ Komponent デアル。

Min. Durchmesser $(\overline{G}_1, \overline{G}_2, \cdots\cdots \overline{G}_{s-1}) = \overline{\varepsilon}$

トス。

(1) $\varepsilon \geqq \overline{\varepsilon}$ ノトキ

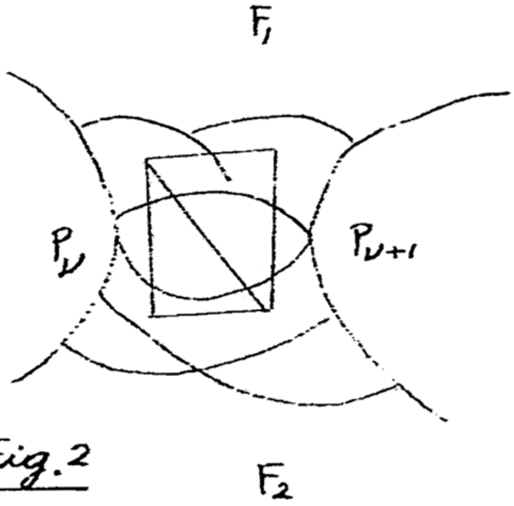

Fig.2

Bogen $\overset{1}{\overbrace{P_\nu \; P_{\nu+1}}}$ ニ接スル ε-überdeckung ノ Elementen ヲ U_{11}, U_{12}

$\underbrace{P_\nu \; P_{\nu+1}}_{2}$ ニ接スル Elementen ヲ U_{21}, U_{22} トスル。

コヽニ $\left\{\begin{array}{l} U_{21}\cdot\overline{F}_1 = \text{点 } P_\nu,\ P_{\nu+1} \\ U_{22},\ \overline{F}_1 = \overset{1}{\overbrace{P_\nu \; P_{\nu+1}}} \\ U_{11},\ U_{12}\ \text{ハ 夫々 } P_\nu,\ P_{\nu+1}\ \text{ヲ含ムガ双方共ニ } P_\nu,\ P_{\nu+1} \\ \text{ヲ同時ニ含マヌ様ニ選ベ。} \end{array}\right.$

コノ ε-Überdeckung ハ stark zusammenhängend ナ Komplex ヲ與ヘル。

(Fig.2) 図ハ便宜上Fデ実現サセテオイタ。

(2) $\varepsilon < \overline{\varepsilon}$ ノトキハ

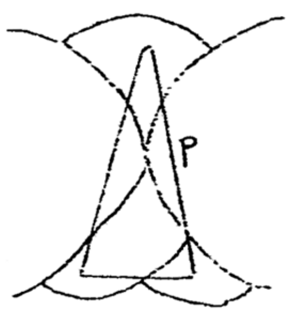

Fig.3

S ガ唯一点ヨリ成ルトキニ帰着シテ考ヘラレル。

コノトキハ如何様ニシテモ nicht-stark zusammenhängend.

(ii) S ニ少クトモ一ツ集積点ガ存在スルトキ。

與ヘラレタ ε ニ對シ適當ニ區切リヲツケテ Fig. 2 ノ場合ニ導ク。

ε ガ如何ニ小サクテモ集積点 P ノ附近デハコノコトガ可能ナル故、Nerv ハ Starkzusammenhängend.

所デ Schritt S ヲ定義スル Komplexenfolge ヲ考ヘルニハ Fig. 2 ヨリモ次ノ様ニシタ方ガヨイ。

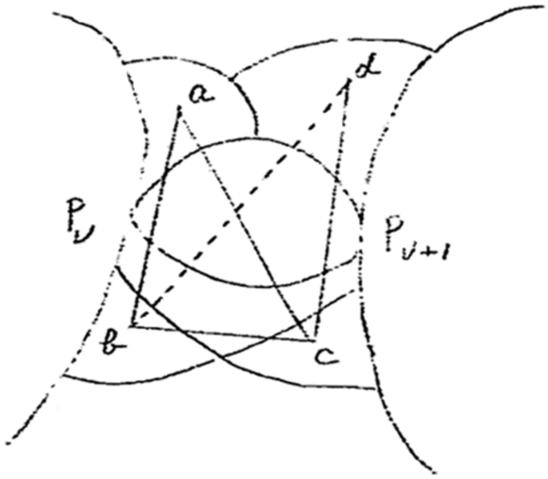

Fig. 4

Bogen $\overbrace{P_\nu P_{\nu+1}}^{1}$, $\underbrace{P_\nu P_{\nu+1}}_{2}$ ニ接スル Elementen ヲ夫々

$U_{11}, U_{12}; U_{21}, U_{22}$

コノ場合 U_{11}, U_{12}, U_{21} ハ前ノ通リ。

$U_{22}\cdot\overline{F}_1$ ＝点 $P_\nu, P_{\nu+1}$ トスル。

即チ Bogen $\overbrace{P_\nu P_{\nu+1}}^{1}$ ハ U_{22} ニ含マセナイ。

カクスルト Nerv. ハ nicht-Starkzusammenhängend.

ε_ν ヲ如何ニ小サク與ヘテモソレニ對スル Nerv K_ν ハ nicht-starkzusammenhängend.

$$K_\nu = K_{1\nu} + K_{2\nu}$$

コヽニ $K_{1\nu}, K_{2\nu}$ ハ夫々 starkzusammenhängend ニ作レル。且ツ $K_{1\nu}, K_{2\nu}$ ハ 0-次元 Komplex デ隣ツテヰル。

(2) $K_{11}, K_{12}, \cdots\cdots, K_{1\nu}, \cdots\cdots$

(3) $K_{21}, K_{22}, \cdots\cdots, K_{2\nu}, \cdots\cdots$

(3)ノ $K_{2\nu}$ ノ中ニハ Schnitt ヲ定義スル Teilkomplex $Q_{2\nu}$ ガ含マレテキル。

Fig. 4 デハ

点 P_ν, $P_{\nu+1}$ ヲ表ハス Simplexenfolge ニ於テ K_ν ニ於ケル ν-te Koordivaten ハ夫々 Simplex $|abc|$, $|bcd|$ デアル。

$$K_{2\nu} = K_{2\nu}' + Q_{2\nu}$$

$$\therefore \quad K_\nu = K_{1\nu} + Q_{2\nu} + K_{2\nu}'$$

$$\left.\begin{array}{l} \{K_{1\nu}\} \text{ ハ } F_1 \\ \{K_{2\nu}\} \text{ ハ } F_2 \\ \{Q_{2\nu}\} \text{ ハ } S \end{array}\right\} \text{ ノ Projektionsspektrum デアツテ}$$

$$\overline{F}_1 \cdot \overline{F}_2 = S$$

$$\lim K_{1\nu} \cdot \lim K_{2\nu} = \lim Q_{2\nu}$$

F^2 ガ zwei-stufig zusammenhängend ノトキハ F^2 ハ Cantorsche Mannigfaltigkeit ニナル、コノ場合ハ前ノ Schnitt ガ高々有限個ノ点ノミヨリ成ルトキノ様ニ überdeckung ニ窮屈ナ思ヒ（コレハソレラノ Schnittpunkt ノ Ordnung ヲ保持スル為メニ生ズル）ヲシナクテモヨイカラ Nerv ガ stark zusammenhängend ナル如ク überdeckung ガ可能。

一般ニ $F^n \subset R^n$ ガ i-stufig zusammenhängend ($i>1$) デアレバ starkzusammenhängend ナ

Komplexenfolge デ approximate 出来ル。

$i=n$ ノトキハ n-dim. Cantorsche Mannigfaltigkeit デアッテコレハ又ハリ stark-zusammenhängend ナ Kompolenfolge デ approximate 出来ルガ、然シ逆ハ成立シナイカラ Cantorsche Mannigfaltigkeit ヲ Komplexenfolge ノミデ Charakterisieren スルコトハ出来ナイ。