666. 位相幾何學ノ形式化(V)：實函數論形式化ヘノ試

寺阪　英孝（阪大）

§10. 十月ノ或ル朝、談話室ヘ行ッテ見ルト形式論理ノ伊藤誠氏ガ來テ居ラレル。

小生《イラッシャイ》

伊藤氏《暫ラクデスネ、御元氣デスカ》

小生《エヽ、マア何トカ》　暫ラク間ヲ置イテ

氏《近頃 *symbolic method* ガ盛ンニナッテ行キマスネ》

小生《ソウデスネ、位相幾何ニモ使ハレテ來タヨウデス》ト云ッテ机ノ上ニアッタ近着ノ *Duke mathematical* ヲ手ニトルト、伊藤氏ハソレヲ見ラレテ

氏《ソレニモ *boolean ring* ノコトガ出テ居マスガ、ソレハ私昨年談話會ノトキニ云ッタコトノアル *n-wertig* ノ *boolean ring* ニ就イテデ、チヤント

ヤッテアリマス》ト云ハレル。

小生《普通ノ *boolean ring* ハ２デ *modulus* ヲトルコトデスガ、３ *wertig* ノトキ等ニモ何カ図形的ニ關係ガツクト考へ易イデスネ》

氏《ソウデスネ》

小生《ソレニハ》ト少シ考ヘテカラ，《例ヘバ３ *wertig* ノ場合、集合ニ赤、緑、黄ノ色ヲ着ケテオイテ集合ヲ寄セルトキニ二枚重ナッタトコロハ黄、青、紫、三枚ノトコロハ白デ何モナイ。トイフヤウニ考ヘレバイイデスネ》

氏《アヽソウデスカ、然シ困リハシマセンカ》

小生《別ニ困ラナイト思ヒマスガ》

ト云ッテ居ル中ニ、氏ハ用事ガ出來テ帰ラレタ。

考ヘテ見ルニ、色ヲ着ケルコトハドウデモヨイ、要スルニ初メカラ集合ヲ考ヘルノニ唯ノ集合デナク、或ル部分ハ一枚、他ノ部分ハ二枚ニナッテヰルモノトシ、集合ヲ加ヘタトキニハ三枚ノ所ハ取リ除キ、四枚ノ所ハ一枚ニシテアヘバヨイノデアル。ソレナラバ *modulus* ヲトラナイデ、三枚デモ四枚デモ、各点ガ初メカラ夫々何重カニ數ヘラレテヰルヤウナ新集合ヲ考ヘ、加ヘタトキニハ二重ノ所ニ三重ノモノガ來レバ五重、ソノ代リニハ（－１）重、（－２）重ノ所モアリ得ルモノトスレバ、加法ニ對シテ群ヲナス譯デアル。更ニ集合ヲ一般ニシテ各点ニ整数デナク有理數カ何カ系數ヲ考ヘレバ（位相幾何學ノ *Koeffizientenbereich* ノ考ガ聯想サ

レテキル）。

矢張リ加法ガ群ヲナス、イヤモット一般ニ各点ニ實數ヲ對應サセレバコノ新集合ハ何デモナイ。唯ノ函數 $f(x)$ ニナッテ了フ。

一体空間 R ノ集合 M ハ，M ノ点デハ 1，R－M デハ 0 ニナルトイフ de la Vallée-Poussin ノ所謂 fonction caractéristique（特性函數）デ表ハサレル，ダカラ集合ヲ一般化シタモノガ唯ノ函數デアルノハ當然ナノダッタ。サテ普通ノ集合ノ和，積ハ特性函數デ表ハセバ $\max(f(x), g(x))$ 及ビ $\min(f(x), g(x))$ デアリ，boolean ring 式ノ和 $A+B-AB=AB^{c}+BA^{c}$ ハ $f(x)+g(x) \pmod 2$ ニ當ル。ソコデ集合ノ一般化トシテ函數 $f(x)$ ヲ採用スレバ，和，積トシテハ

1. $\max(f(x), g(x))$，$\min(f(x), g(x))$ ヲトル。
2. $f(x)+g(x) \pmod a$，$f(x)\cdot g(x) \pmod a$ ヲトル。
3. $f(x)+g(x)$，$f(x)\cdot g(x)$ ヲトル。

ノ三通リガ考ヘラレルガ、我々ノ場合一番関係ノ深イ(1)ダケヲ考ヘルコトニシヨウ。

ソコデ $f(x)$，$g(x)$ ヲ丁度集合ノヨウニ見ナシテ，ソノ和 $f+g$ ノ積ヲ次ノヨウニ定義シテ見ル。

$$f+g=\max(f(x), g(x)),$$
$$fg=\min(f(x), g(x))$$

次ニfノ閉苞ヲ定義シタイガ、コレハ譯ナイ。集合Aノ特性函数ガ$f(x)$ナラバA^aハ$f(x)$ノ上端函数$\overline{\overline{f}}(x)$デ表ハサレルノダカラ

$$f^a = \overline{\overline{f}}(x) = \overline{\lim_{t\to x}} f(t) \qquad (f(x)\text{ノ下端函数})$$

ト置ケバヨカラウ，ツイデニfノ内部f^o（A^{cac}ニ當ル）トシテ

$$f^o = \underline{\underline{f}}(x) = \underline{\lim_{t\to x}} f(t) \qquad (f(x)\text{ノ下端函数})$$

ヲトッテミヨウ。A^cニ當ルf^cハ何ノコトカ分ラナイガ，兎ニ角コウスルト集合ノ時ノ公理S, P, Dハ満足スルシ，$f\subset g$ハ$f(x)\leqq g(x)$ノコトダトスレバ$f^{aa}=f^a$, $f<f^a$, $(f+g)^a=f^a+g^a$デ公理A_1, A_2, A_3モ満足サレテヰル。f^oハ内部ノ性質$f^{oo}=f^o$, $f^o<f$, $(fg)^o=f^o g^o$ヲ持ッテヰル。集合ノ一般化トシテノfハ大分集合ニ近イ性質ヲ持ッテヰル様ダ。

公式ノ(11)ハヨク使ッタガ、コレハ成立スルカシラ、$g=\underline{\underline{g}}(x)=g^o$ノトキ$(fg)^a>f^a g$ニナルカ如何カ、調ベテ見ルト確カニナル。$f^c$ハ定義出來ナイガ、Cニ代理スルモノヲ探シテ，ソレカラ今マデ通リノ計算ヲヤレルヨウニシタイモノダ。

f^cハ出來ナクテモ$f-g$ナラ出來ソウダ。先ヅ$f(x)-g(x)$ヲトル、コレハ駄目。色々ヤッテ見ルガウマク行カナイ、結局次ノヤウニスルトヨサ相ダ。

即チ$f-g\equiv\phi(x)$ヲ決メルノニ$f(x)>g(x)$ノxニ對

シテハ $f-g \equiv \phi(x) = f(x)$. $f(x) \leqq g(x)$ ナルxニ對シテハ $f-g \equiv \phi(x) = 0$ トシテ了フ。斯ウスルトヨサ相ダガ調ベテ見ヨウ。f, g, h ノ三ツニ對シテ $(f-g)h = fh - gh$ ダトカ, $f - gh = (f-g)+(f-h)$ ダトカガ出レバヨイ。ソノタメニ f, g, h ヲ上カラ下ニ大キサノ順ニナラベテ例ヘバ $f>g>h$ ノトキハ $f-g$ ハ f, fh ハ h, 又 $g>h>f$ ナラバ $f-g$ ハ 0, fh ハ f トイフヨウニ表ヲ造レ、スルト表カラ

大	f	f	g	g	h	h	f	f	f	g	g	h	f
中	g	h	f	h	f	g	$=g$	g	$=h$	$=h$	h	f	$=g$
小	h	g	h	f	g	f	h	$=h$	g	f	$=f$	$=g$	$=h$
$f-g$	f	f	0	0	f	0	0	f	f	0	0	0	0
$f-h$	f	f	f	0	0	0	f	f	0	0	0	0	0
$g-h$	g	0	g	g	0	0	f	0	0	0	g	0	0
$f+g$	f	f	g	g	f	g	f	f	f	g	g	f	f
$g+h$	g	h	g	g	h	h	f	g	f	g	g	h	f
fg	g	g	f	f	g	f	f	g	g	f	f	f	f
fh	h	h	h	f	f	f	h	g	f	f	f	f	f
gh	h	g	h	h	g	g	h	g	g	g	h	f	f
$(f-g)-h$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$f-(g+h)$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$(f-g)(f-h)$	f	f	0	0	0	0	0	f	0	0	0	0	0
$(f+g)-h$	f	f	g	g	0	0	f	f	0	0	g	0	0
$(f-h)+(g-h)$	f	f	g	g	0	0	f	f	0	0	g	0	0
$f-gh$	f	f	f	0	f	0	f	f	f	0	0	0	0
$(f-g)+(f-h)$	f	f	f	0	f	0	f	f	f	0	0	0	0
$fg-h$	g	0	f	0	0	0	f	0	0	0	0	0	0
$(f-h)(g-h)$	g	0	f	0	0	0	f	0	0	0	0	0	0
$(f-g)h$	h	h	0	0	f	0	0	g	f	0	0	0	0
$fh-gh$	$\underline{\underline{0}}$	h	0	0	f	0	0	$\underline{\underline{0}}$	f	0	0	0	0

1) $(f-g)-h=f-(g+h)=(f-g)(f-h)$

2) $(f+g)-h=(f-h)+(g-h)$

3) $f-gh=(f-g)+(f-h)$

4) $fg-h=(f-h)(g-h)$

コレ迄ハヨイガ ⟶ 5) $f>g\geqq h$ ヲ除キ

$$(f-g)h=fh-gh$$

トナッテ分配律ノ成立シナイノハ痛手ダ。矢張リ f^c ヲ考ヘテ見タ方ガ良サ相ダ。一体集合ノ場合 A ト A^c トハ境界ニ就シテ内ト外トニアル譯ダカラ，f ト f^c モグラフトシテハ同ジデナケレバナラヌ。

ソレニハ先ヅ考ヘヨイ様ニ $f\geqq 0$ トスレバ、x 軸ト $f(x)$ ノグラフトノ間ヲ f, $f(x)$ ノグラフノ上部ヲ f^c トスルヨリ外ナイ。ソウスルト $f\cdot f^c=0$ ガ困ルガ、ソレニハ x 軸ト $f(x)$ ノグラフトノ間ニ開イタ棒 $0\leqq y<f(x)$ ガ立ッテキルモノトシ、ソノ集合ヲ f トシ，f^c ハ $f(x)<y<\infty$ ナル棒ノ集マリト見レバヨイ譯ダ。

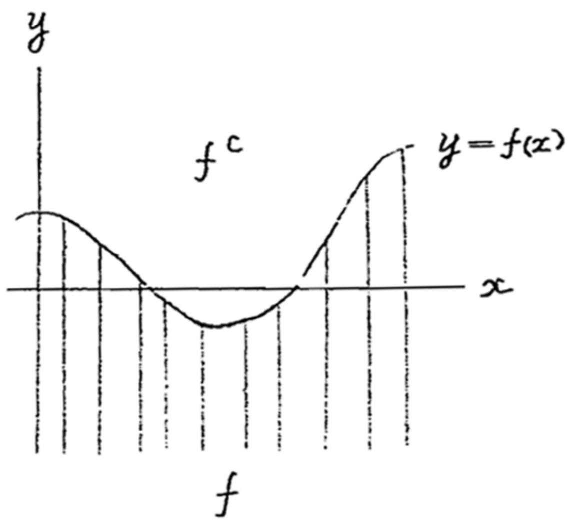
ソウスルト $f+f^c$ ガ空間全体デナクグラフノ所ダケ残ルガ —— ソレニハ $f+f^c$ ノ $+$ ヲ正則和 $A\oplus B=(A+B)^P$ ノ $\oplus$ ニシテ $f\oplus f^c$ トスレバヨイデハナイカ！

斯様ニシテ次ノ理論ガ生レタ。

§11. 函数 $f(x)$ ヲ集合化シタ f ト云フノハ

$-\infty<y<f(x)$ 即チ y 軸ニ平行ナ，$-\infty$ カラ $f(x)$ ニ至ル開イタ棒ノ集合ト解釋スル。又 f^c ハ $f(x)<y<+\infty$ ナル半直線ノ集合デアル。

一般ニ函数ヲ離レテ f ナルモノハ、y 軸ニ平行ナ直線トノ截口ガ、ソノ直線上デ正則閉集合ニナッテヰル如キ集合ト定義スル。但シ直線上デノ正則閉集合トハ閉区間ノ集合デアッテ、且ツソノ補集合ガ（点トハナラズニ）開区間ニナッテヰル様ナ閉集合デアル。f^c ハ y 軸ニ平行ナ直線デ截ッタトキ截口ガ f ノ集合ノ補集合ノ内部ニナッテヰル如キモノト定義スル。f ト g トノ和 $f+g$ ハ、y 軸ニ平行ナ直線トノ截口上デ正則和 $f \oplus g$ 即チ $(f+g)^p$ ヲトルコトト決メル。



次ニ f^a ハ f ヲ平面上ノ普通ノ集合トシテソノ閉包ヲトリ、然ル後 y 軸ニ平行ナ各直線デ截ッテ、ソノ直線上ノ集合ノ内部丈ヲトルコトニスル。

斯様ニ決メルト明カニ

A_1: $f^{aa} = f^a$

A_2: $f \subset f^a$

A_3: $(f+g)^a = f^a + g^a$

A_4: $0^a = 0$

ダカラ我々ノ計算ガソノママ使ヘル。ソレ故 f ガ特ニ函数 $f(x)$ カラ得ラレタモノノ場合 f^a トカ f^{acac} トカガ何デアルカヲ予メ決定シテ置ケバ、今迄ノ公式ガソノママ函数

論ノ定理トシテ讀取レル害デアル。

I. f^a. fガ函数ノトキハ $f^a=\bar{\bar{f}}(x)$、即チ fノ上端函数ヲ表ハス。

II. $f=f^a$ 即チ fガ閉集合ダトイフコトハ、fガ函数ノ場合ニハ上ニ半連続ダトイフノニ等シイ。

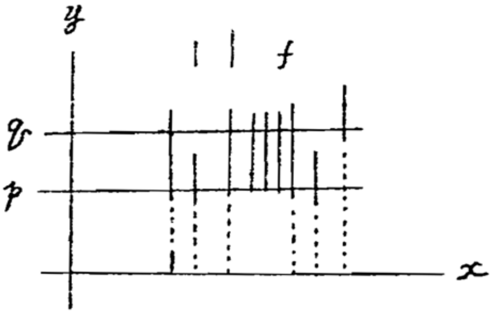
III. f^{cac} ハ $\underline{\underline{f}}$ 即チ fノ下端函数.

IV. $f=f^{cac}$ ハ即チ fガ開集合ナリトイフノハ fガ下ニ半連続デアル、トイフノニ等シイ。ソレ故

V. $f=f^a=f^{cac}$ 函数 fガ閉デ且ツ開ダトイフノハ fガ連続デアルトイフノト同ジデアル。

VI. 次ニ fガ一般ノ場合ニ $f^\beta=0$ ($f^\alpha=0$ トイフモ同ジ)

ハ何ヲ意味スルカトイフニ、コレハ普通ノ場合同様 fガ平面上デ粗集合ダトイフノト同ジデアルガ、妙ナコトニハ fノ x軸ヘノ正射影ハ粗デハナクテ第一類 N_σ ナノデアル。何故カト云フニ今 p, q ヲ任意ノ有理数トシ $y=p$, $y=q$ ナル x軸ニ平行ナ直線ヲ考ヘルト、y軸ニ平行ナ直線ト fトノ共通部分ノ閉區間ノ中、コノ二平行線ニ交ハルモノハ fガ粗ダカラ矢張リ粗集合ヲツクル.



ソレ故ソノ射影NハX軸上デ粗ニナル。(p, q) ノアラユル組合ハ可附番個ダカラ、考ヘテキル射影ハNノ可附番個ノ和デ N_σ ニナル。

然シ實例デ考ヘルトx軸上ノ凡テノ点ガコノ射影集合ノ凝集点ニナツテキル様ナモノガアツテ，N_αデアルトイフ以外ハドンナモノトー寸決メ兼ネル。次ニ

VII. f^p. fガ函數ノトキ一点aニ於ケル$(f(x))^p$ハ何カトイフト、次ノ性質ヲモツb：

任意ノ$\varepsilon>0$ニ對シ

$$\begin{cases} a \in D\left(\underset{x}{E}(f(x) \geqq b-\varepsilon)\right). \quad (D\text{ハ}\S 7\text{ノ}D) \\ a \,\overline{\in}\, D\left(\underset{x}{E}(f(x) \geqq b+\varepsilon)\right) \end{cases}$$

斯ウ云フbト$f(a)$トノ大ナル方デアル。コレハ$f^p = f + D(f)$カラ判ル。ソウスルト

VIII. 平面内デハU_I（第一類ノ開集合）ガナイカラ，fガN_αデアルコトト$f^\pi = 0$トハ一致スル。コノ場合fノx軸上ヘノ射影ハVIノ時ト同ジヨウニN_αニナルノデ，今度ハ具合ガ宜シイ。何故具合ガイイカト云フトx軸上ヘノfノ射影ガN_αニナレバ逆ニ元ノfハ勿論N_αダカラデアル。

以上ヲ基ニシテ公式ヲ読ンデ見ヨウ。

(21) $(f^a f^{aca})^{acac} = 0$ 上ニ半連續ナ函數ノ不連續点ハN_αデアル。

fノ代リニf^cヲ入レルト

(21)′ $(f^{ca} f^{caca})^{acac} = 0$ 下ニ半連續ナ函數ノ不連續点ハN_αデアル。

一般ニfガ函數ノトキハ$f(x)$ハ上端函數ノ下端函數ハ$f^\rho = f^{acac}$デアツテ、公式ニイロイロ出テ來ルガ、

實函数論デハ考ヘナイヨウデアル。然シ公式ヲ讀ミトッテ置ケバ役ニ立ツカモ知レナイ。次ニ§6ノ

$$A_\delta : (\Pi f^a)^a = \Pi f^a, \quad U_\sigma : (\Sigma f^{cac})^{cac} = \Sigma f^{cac}$$

$\{f(x)\}$ が上[下]ニ半連續ナ函数系ナラバ

$min\,[max]\,\{f(x)\}$ モ亦上[下]ニ半連續デアル。

ト讀マレル。然シ a ニツイテヨリ p ニツイテノ公式ノ方ガ面白ク解釈出來ルノデ、ソレハ VIII ノ性質ニヨルモノラシイ。

先ヅ例ノ長イ式

$$(22)^\pi \qquad (f^p f^c)^\pi = (f^\pi f^c)^\pi = (f^\pi f^{cp})^\pi = (f^p f^{cp})^\pi$$
$$= (f^{cp} f)^\pi = (f^{c\pi} f)^\pi = (f^{c\pi} f^p)^\pi$$

ガ 0 ニナルヨウナ f ハ p ニ正則ト云フノデアッタガ(56)ニヨリ

$$f = g \cdot p^c + q, \quad g = g^a, \quad p, q \in N_\sigma$$

トナル。コヽニ g ハ半連續故、不連續点ハ N_σ，ヨッテ f ハ g ノ不連續点ト p, q ノ射影ノ点トヲ考ヘナケレバ連續ニナッテ了フ，コノ逆モ成立スル。即チ

<u>$(22)^\pi = 0$ ナル $f(x)$ ハ Baire ノ性質ヲモツ函数ニ外ナラヌ。</u>

(57)ニヨレバ p 正則ノ可附番個ノ和ハ p 正則デ、同様ニ積モ p 正則ニナルカラ、$f_n(x)$ $(n = 1, 2, \cdots\cdots)$ ガ p 正則（コレヲ $\in \mathbb{B}$）トカク）ナラバ $f_1 + f_2 + \cdots\cdots \in \mathbb{B}$.

及ビ $f_1 f_2 \cdots\cdots \in \mathbb{B}$ トナル。

扨テ $f_1(x), f_2(x), \cdots\cdots$ ノ上限函数 $\overline{\lim_{n\to\infty}} f_n(x)$ ハ

我々ノ記号デ次ノ様ニカケル。

$$\left[f_1 + f_2 + \cdots\cdots = max\,(f_1(x), f_2(x)) \cdots\cdots \text{ダカラ} \right]$$

$$(58)\quad \overline{lim}\, f_n(x) = (f_1 + f_2 + f_3 + \cdots\cdots)(f_2 + f_3 + \cdots\cdots)(f_3 + f_4 + \cdots)(\cdots\cdots)$$

$$= \prod_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} f_{n+p}$$

同様ニ下限函数 $\underline{lim}\, f_n(x)$ ハ

$$(59)\quad \underline{lim}\, f_n(x) = f_1 f_2 f_3 \cdots\cdots\cdots + f_2 f_3 \cdots\cdots + \cdots$$

$$\cdots\cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{p=0}^{\infty} f_{n+p}$$

$f_n(x)$ ガ $f(x)$ ニ收斂スルトイフノハ

$$f(x) = \overline{lim}\, f_n(x) = \underline{lim}\, f_n(x) = lim\, f_n(x)$$

デアル、ソコデ

$$f_n \in \mathbb{B} \rightarrow \overline{lim}\, f_n \in \mathbb{B},\quad \underline{lim}\, f_n \in \mathbb{B},\quad lim\, f_n \in \mathbb{B}$$

ガ出ル。

今度ハ公式ハナカッタガ Baire ノ定理ヲ証明シテ御目ニカケル。

(Baire ノ定理) 連続函数列 $f_n(x)$ ガ函数 $f(x)$ ニ收斂スレバ，即チ $f(x)$ ガ第一級ノ函数ナラバ，$f(x)$ ノ不連続点ハ N_σ デアル。

(証) f_n ガ連続トイフノハ閉且ツ開デアル。即チ

$$f_n = f_n^a = f_n^{cac} \qquad \text{又收斂スルコトカラ}$$

$$f = \overline{lim}\, f_n = (f_1 + f_2 + \cdots\cdots)(f_2 + f_3 + \cdots\cdots)(\cdots\cdots)\cdots$$

$$= \underline{lim}\, f_n = f_1 f_2 \cdots\cdots + f_2 f_3 \cdots\cdots + \cdots\cdots$$

i) $f_n = f_n^{cac}$ カラ $f_n + f_{n+1} + \cdots\cdots$ モ開ニナル。

ヨッテ $(f_n + f_{n+1} + \cdots\cdots)^a = (f_1 + f_2 + \cdots\cdots) + N_n$, ($N_n$ハ粗)

トカケル。由ッテ

$$f^a \subset (f_1 + f_2 + \cdots\cdots)^a (f_2 + f_3 + \cdots\cdots)^a (\cdots\cdots)^a \cdots\cdots$$

$$= (f_1 + f_2 + \cdots\cdots + N_1)(f_2 + f_3 + \cdots\cdots + N_2)(\cdots\cdots)\cdots$$

$$= f + p, \quad p \text{ ハ } N_\sigma$$

ii) 又 $f_n = f_n^a$ カラ f_n^c ハ閉、ヨッテ前同様ニ

$$f^{ca} = \left\{(f_1^c + f_2^c + \cdots\cdots)(f_2^c + f_3^c + \cdots\cdots)(\cdots\cdots)\right\}^a$$

$$\subset (f_1^c + f_2^c + \cdots\cdots)^a (f_2^c + f_3^c + \cdots\cdots)^a (\cdots\cdots)^a \cdots\cdots$$

$$= f^c + g, \quad g \in N_\sigma$$

i), ii) カラ $f^a f^{ca} \subset g$, $g \in N_\sigma$

サテ $f^a f^{ca}$ ハ $f^a - f^{cac} = \overline{\overline{f}}(x) - \underline{\underline{f}}(x)$ デ、コレノ 0 デナイ所ガ不連続点トイフ譯ダカラ $f^a f^{ca} \subset g$, $g \in N_\sigma$ ニヨリ定理ガ証明出來タコトニナル。

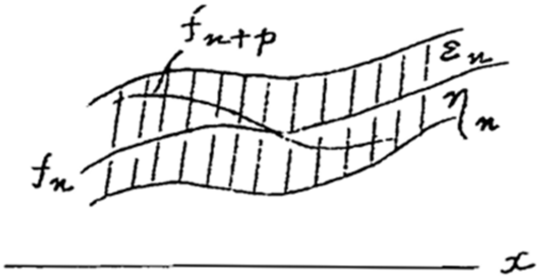
Weierstrass ノ一様收斂ノ定理ハ次ノヨウニシテ確カメラレル。

今正数 ε ニ對シテ $f_n(x) + \varepsilon$ ト $f_n(x)$ トノグラフノ間ノ帯状部分ヲ ε_n デ表ハセバ $\varepsilon_n^a = \varepsilon_n^{cac} = \varepsilon_n$ ニナル。

同様ニ $f_n(x) - \varepsilon$ ト $f_n(x)$ トノ間ノ部分ヲ η_n トスレバ η_n モ開且ツ閉。$f_n(x)$ ガ一様收斂ダトスレバ任意ノ ε ニ對シ n ガ存在シテ

$$f_n \cdot \eta_n^c \subset f_{n+p} \subset f_n + \varepsilon_n, \quad p \geqq 0.$$

ヨッテ f_n ノ極限 f ニ対シテモ(58),(59)カラ



$$f_n \cdot \eta_n^c \subset f \subset f_n + \varepsilon_n$$

ヨッテ $f_n, \varepsilon_n, \eta_n$ ノ連続性カラ

$$f^a \subset (f_n+\varepsilon_n)^a = f_n + \varepsilon_n$$

$$f^{ca} \subset (f_n^c + \eta_n)^a = f_n^c + \eta_n$$

即テ

$$f^a f^{ca} \subset \varepsilon_n + \eta_n$$

$\varepsilon_n + \eta_n$ ノ巾ハ 2ε ダシ, ε ハ任意ダッタカラ

$$f^a f^{ca} = f^a - f^{cac} = 0$$

——(以上)——

以上ノ議論ハ f ガ常ニ $\geqq 0$ ノ時ニモ $a \leqq f(x) \leqq b$ ノ時ニモ成リ立ツノデアル。一般ニ x 及ビ y ニ位相変換デホドコシタ時変ラナイヨウナ、函数ノ位相的性質——例ヘバ連続性、不連続性、収斂性——ヲ研究スルニハ、改メテ函数論ヲ建テズトモ一般位相幾何学ノ結果ガソノマヽ採用出来タノデアル。若シコノ方法ノ效力範囲ガ更ニ拡張出来レバ面白イト思フ。

サテ $f(x)$ トハ限ラズ一般ニ補集合ノ無限ヲ、補集合ヲモツ系ニ拡張スル一般論ダトカ、公理ノ独立性、別ノ公理系、種々ノ實例、又公理系ヲ満足スル A, B 等ガ果シテ或ル空間ノ点集合ト考ヘラレルカ否カ、等ニツイテ推論ズル豫定デアッタガ、年モ暮レカヽッテキルシ、一先ヅ筆ヲオキ、來春氣

ガ向イタラ改メテ続ケルコトトスル。

尚、*Ideal* デ *Restklasse* ヲトル、ト云フ方法ニヨリ測度論モ同時ニ論ゼラレル理論ヲ角谷静夫氏ガ建テラレタガ、近イ中ニ発表サレルコトト思フ。此ノ方法ハ有力ダカラ將來ノ発展ヲ期待シテ居ル。

上記ノ議論ニ興味ヲモタレル方ノタメ、出所ヲ明カニシ且ツ文献ヲ少シ挙ゲテ置カウ。

代数的ノ計算ニヨル方法ハ

K. Menger: New foundations of projective and affine geometry. (Ann. of Math. 37(1936), p. 456—482)

J. v. Neumann: Continuous geometry. (講義ノート)

M. H. Stone: Applications of the theory of Boolean rings to topology. (Trans. Amer. Math. Soc. Vol. 41, No. 3 (1937) p. 375—481)

ニ教ヘラレタノデアル。三者共 *lattice* (*Verband*) ノ考ヲ基ニシタ理論デ、前両者ハ射影幾何學ノ新研究法トシテ用ヰ、後者ハ位相幾何學ノ研究ニ用ヰタ。イヅレモ抽象的ノ域ヲ脱シナイモノデアルガ、具体的ノ問題ニモ追々利用サレルヤウニナルコトト思ハレル。*lattice* ニ関シテハ

G. Köthe: Die Theorie der Verbände, ein neuer Versuch zur grundlegung der Algebra und der projektiven geometrie. (Jahr. Deutsch Math. Ver. Bd. 47 (1937), S. 125—144)

ガ要領ヨク紹介シテ居ルシ、文献ニ委シイ。

位相幾何學ニ就イテハ

C. Kuratowski: Topologie, I. (1933).

ヲ基ニシタ。我々ノ方法ニヨリ同書ノコトハ大体皆ヤッテ行ケルヤウデアルガ、良イ母型ニナッテキル譯デアル。A^c ノ記号ハ

M. Zarycki: Quelques notions fondamentales de l'Analysis Situs au point de vue de l'Algèbre de la Logique. (Fund. Math. 9 (1927), p. 3—15)

ニヨル。コノ記号ハ甚ダ便利デアッタ。A^a ノ記号ハ A_α ノ形デ Hausdorff ガ使ッテキル。($\bar{A}$ ハ形式論理デハ A ノ否定ヲ表ハスカラ変デアル)

尚、原肥トシテ、又智慧袋トシテ名著

F. Hausdorff: Mengenlehre. (1927)

ヲ擧ゲナケレバナルマイ。

邦書デハ

功力金二郎: 抽象空間論 (岩波講座)

ガ僅カノ頁ニ要綱ヲ盛ッタ良書トシテ、良キ手引ニナル。