651. 一階常微分方程式ノ特異點ニ就テ，XV.

福原　滿洲雄（九大）

1. 前回ニ引續イテ

(1) $$x\frac{dy}{dx}=y\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}(x^{p}y^{-1})^{l}$$

$$\left(\begin{array}{l} a_{000}=0,\cdots\cdots,a_{0,n-1,0}=0,\ a_{0n0}\neq 0 \\ n>0,\quad p\text{ ハ正ノ整數.}\end{array}\right)$$

ヲ論ズルコトニシヨウ、常ニ同ジ方針デ進ム．デアルコトハ言フ迄モナイ．先ヅ形式的ノ解ノ求メ方，次ニ形式的ノ解ヲ漸近展開トスル解ノ存在ノ証明，最後ニ級数ノ收斂性ヲ論ズルトイフ順序デアル。

最初ハ形式的ノ解ヲ求メルノデアルカラ級数ノ收斂性ハ問題ニシテヰナイ。

2．$x^{\rho}y^{-1}=z$ ト置ケバ

$$(2)\quad \begin{cases} x\dfrac{dy}{dx}=y\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}z^{l} \\[2ex] x\dfrac{dz}{dx}=z\left\{\rho-\sum a_{jkl}x^{j}y^{k}z^{l}\right\} \end{cases}$$

トナルカラ (1) ノ代リニ (2) ヲ論ズルノデアル。変数ノ数ハフエテモ負ノ冪ガ現ハレナイ形ヲ選ンダ方ガ都合ガヨイカラデアル。

扨テ (2) ノ形式的ノ解ヲ求メルタメ一般的ナ方針ニ従ツテ

$$y=u\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l},$$
$$z=v\sum p'_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l}.$$

ナル置換ヲ行ツテ u,v ニ関スル方程式ヲ出来ルダケ簡単ニスルノデアル。併シ現在ノ場合ニハ $yz=x^{\rho}$ ナル関係ガアルノデアルカラ此ノ関係ヲ破ラヌ方ガヨイ．故ニ $uv=x^{\rho}$ トナルヤウナ置換、即チ

$$(3)\quad \begin{cases} y=u\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l} \\ z=v\left(\sum p_{jkl}x^{j}u^{k}v^{l}\right)^{-1} \end{cases}\qquad (p_{000}=1)$$

ナル置換ヲ行フノデアル、p_{jkl}ヲ適當ニキメルコトニヨリu, vニ関スル方程式ヲ

$$(4)\quad \begin{cases} x\dfrac{du}{dx} = a u^{n+1} + a' u^{2n+1} \\[2ex] x\dfrac{dv}{dx} = v(\rho - a u^{n} - a' u^{2n}) \end{cases}$$

トスルコトガ出来ル、此ノ方程式ノ一般解ハ

$$(5)\quad \begin{cases} u = \left(\dfrac{a'}{a}\,\alpha\left(-\dfrac{n a^2}{a'}(\log x + C)\right)\right)^{-\frac{1}{n}} \\[2ex] v = C' x^{\rho} \left(\dfrac{a'}{a}\,\alpha\left(-\dfrac{n a^2}{a'}(\log x + C)\right)\right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

デアル、(5)ヲ(3)ニ入レルコトニヨリ(2)ノ形式的ノ解ヲ得ル。(1)ノ解ヲ得ルニハ$C'=1$トスレバヨイ。

3. xノ代リニ$\log x = t$ヲ独立変数ニトレバ(1), (2)ハ夫々

$$(1')\quad \frac{dy}{dt} = y \sum a_{jkl}\, e^{jt} y^{k} (e^{\rho t} y^{-1})^{l}$$

$$(2')\quad \begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = y \sum a_{jkl}\, e^{jt} y^{k} z^{l} \\[2ex] \dfrac{dz}{dt} = z\left\{\rho - \sum a_{jkl}\, e^{jt} y^{k} z^{l}\right\} \end{cases}$$

トナリ、(2')ノ形式的ノ解ハ

$$(3')\quad \begin{cases} y = u \sum p_{jkl}\, e^{jt} u^{k} v^{l} \\[1ex] z = v\left(\sum p_{jkl}\, e^{jt} u^{k} v^{l}\right)^{-1} \end{cases} \qquad (p_{000} = 1)$$

$$
(5') \quad \begin{cases} u = \left(\dfrac{a'}{a} \wp \left(-\dfrac{a^2}{a'} (t+C) \right) \right)^{-\frac{1}{n}} \\[2ex] v = C' e^{\rho t} \left(\dfrac{a'}{a} \wp \left(-\dfrac{a^2}{a'} (t+C) \right) \right)^{\frac{1}{n}} \end{cases}
$$

ニ依テ與ヘラレル。解ノ漸近展開ニ関シテハ 次回ニ改メテ論ズルコトトシヨウ。