638. A表面ニツイテ

松村　宗治（台北大）

A-Surfaceヲ考ヘ（Eisenhart: surfaces with the same spherical Representation of their Lines of Curvature as pseudospherical surfaces, American Journ. of Math. XXVII, p. 118）ルトキハ其ノ表面Sヲバlines of curvatureニ関シテ表ハスモノトスル。SヘノTangent planeヘ原点カラ下シタ垂直距離Wハ次ノ微分方程式ヲ満足スル。

$$(1)\quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial u \partial v} = \frac{\partial \log \sin \omega}{\partial v}\frac{\partial \psi}{\partial u} + \frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u}\frac{\partial \psi}{\partial v}$$

サテコノ垂線ノ足デ出来ル表面即チ垂足表面Tヲ考ヘTノ$v=\text{const.}$ナル媒介曲線ガ常ニ包絡壔ノ切触線又ハ包絡錐ノ切触線ナルガタメニハスデニ分ッテイルコトニヨリ夫々

$$(2)\quad \log \sin \omega = U$$

又ハ

$$(3) \quad \frac{\partial \log \sin \omega}{\partial v} \cdot \frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u} = -\frac{\partial^2 \log \sin \omega}{\partial u \partial v}$$

ナルコトガ必要ニシテ且ツ十分デアルコトニナル．コヽニ U ハ u ノミノ函數デアル。

（岩波講座ニ於ケル窪田博士著：微分幾何，p. 90参照）

尚、亦

$$(4) \quad \log \sin \omega = U, \quad \log \cos \omega = V$$

ナラバ T 表面ハ *surface of translation* デアル.

サテ T ノ Darboux ニヨル *derived congruences*

$$(5) \quad \cdots\cdots T_{-2},\ T_{-1},\ T,\ T_1,\ T_2,\ \cdots\cdots$$

ヲ考ヘル。

此ノトキ T_1 ガ曲線ナルタメニハ

$$(6) \quad -\frac{\partial}{\partial v}\left\{\frac{1}{\dfrac{\partial \log \cos \omega}{\partial u}}\right\} = \frac{\dfrac{\partial \log \sin \omega}{\partial v}}{\dfrac{\partial \log \cos \omega}{\partial u}}$$

デアリ同様ニ T_{-1} ガ *curve* ナルタメニハ

$$-\frac{\partial}{\partial u}\left\{\frac{1}{\dfrac{\partial \log \sin \omega}{\partial v}}\right\} = \frac{\dfrac{\partial \log \cos \omega}{\partial u}}{\dfrac{\partial \log \sin \omega}{\partial v}}$$

デアル.（*Eisenhart*：微分幾何，p.405参照）

以前余ハ A 表面ノ相對微分幾何ヲ論ゼシコトアリ、今ココニハ其他ノ部分ニツイテ述ベタ。

尚次ノコトガイヘル。

TノRpoint equation ガ equal invariants ヲ有スル條件ハ

$$\frac{\partial^2 \log \sin \omega}{\partial u \partial v} = \frac{\partial^2 \log \cos \omega}{\partial u \partial v}$$

デアル。

曲線 $v = \text{const.}$ ヘノ切線ガ Ribaucow ノ congruence ヲ形成スルナラバ

$$\frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{V}$$

デアル。

亦T上ノ conjugate system ガ lines of curvature ヨリ形成スル時ハ

$$\frac{\partial \log \sin \omega}{\partial v} = \frac{\partial \log \sqrt{\mathrm{E}}}{\partial v},$$

$$\frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u} = \frac{\partial \log \sqrt{\mathrm{G}}}{\partial u}$$

デアル。

T上ノ $v = \text{const}$ ヘノ切線ガ Riboucour ノ congruence ヲ形成スルタメノ必要ニシテ十分ナル條件ハTガ isothermic surface ノ場合ニ

$$\frac{\partial^2}{\partial u \partial v} \log \left(\frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u} \right) = 0$$

デアル。

尚亦T上ノ曲線 $v = \text{const.}$ ヘノ切線ガ Guichard ノ congruence ヲ形成スルナラバ

$$\frac{\partial}{\partial u}\log\left\{-\frac{\partial \log\cos\omega}{\partial u}\right\}+\frac{\partial \log\cos\omega}{\partial u}-\frac{\partial \log\sqrt{E}}{\partial u}=0$$

デアル、コヽニ E, F, G ハ T ノ第一基本量デアル。以テ A 表面ノ垂足表面ニツイテノレーニノ結果デアル。

コヽニ American Journ. of Math. XXVI, p. 180 ニ於ケル Eisenhard ノ論文ヲ參照シタ。

尚、コノ垂足表面ニツイテ如何ナル性質ガアルカヲ考究中デアル。