628. 相對微分幾何雜話

松村　宗治（台北大）

(I) 相對微分幾何ニツイテ下ニ考ヘル。

今二ツノ卵形線 $\mathfrak{C}_1, \mathfrak{C}_2$ ニ二ツノ切線ヲ引キ其ノ二切線ヘ原点カラ引イタ垂線ノ相對的差ヲ d トセバ

$$d=\sqrt{\mathfrak{u}_1\mathfrak{u}_2(p_1-p_2)^2}$$

デアル。

コヽニ p_1, p_2 ハ $\mathfrak{C}_1, \mathfrak{C}_2$ ヘノ切線ヘ原点ヨリノ距離デアリ; $\mathfrak{u}_1$, $\mathfrak{u}_2$ ハソレ等ノ切線ニ平行ナル $\mathfrak{u}$ ヘノ切線ノ切点ノ原点ヨリノ Vektor デアル。

上ノ定義ガ考究ノ結果適當デアルト思ハレル. サテ $\mathfrak{u}_2(\xi)=\mathfrak{u}_1(\xi+\alpha)$ トシ ξ ハ変方向, α ハ定方向ヲ表ハス Vector トセバ

$$\mathfrak{u}_1\mathfrak{u}_2(p_1-p_2)^2=const.$$

ハ $\mathfrak{C}_1, \mathfrak{C}_2$ ガ相對的平行曲線ナルコトヲ示シテイル。

(II) 記号ハ相對微分幾何ニ於ケル今迄ノ諸論文ノモノヲ採用スル。

$$\frac{1}{\rho}=\frac{dS_0}{dS}=\frac{ds_0}{ds}=\frac{\bar{\rho}_0}{\bar{\rho}}=\frac{(\mathfrak{C}', \mathfrak{C}'')}{(\xi_2', \xi_2'')},$$

$$\rho\, d\mathfrak{u}=-\rho\, d\xi_2=\frac{(\xi_2', \xi_2'')}{(\mathfrak{C}', \mathfrak{C}'')}d\mathfrak{u}=-\frac{(\xi_2', \xi_2'')}{(\mathfrak{C}', \mathfrak{C}'')}d\xi_2$$

ガ成立シ次ノコトガイヘル。

モシ $\dfrac{(\xi_2', \xi_2'')}{(\mathfrak{C}', \mathfrak{C}'')}$ ガ一定ナラバ吾人ノ曲線ハ r-circle デアル。

(III) 相對微分幾何ニ於ケル Bouguet's formulas ハヨク知ラレルヤウニ下ノヤウデアル。

$$(1)\quad \begin{cases} x(S)=\dfrac{1}{q}S-\dfrac{1}{6q^4\bar{\rho}_0\rho^2}S^3+\cdots\cdots, \\ y(S)=\dfrac{e}{2q^3\bar{\rho}_0\rho}S^2+\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{d}{dS}\left(\dfrac{1}{q^3\bar{\rho}_0\rho}\right)\right)eS^3+\cdots\cdots \end{cases}$$

(1) ノ始メノ式ニテ S ヲ x, ノ函數トシテ索メルト

$$(2)\quad S = qx + \frac{1}{6q\bar{p}_0 p^2}x^3 + \cdots\cdots$$

トナリコレヲ (1) ノ第二ノ式ニ代入セバ

$$(3)\quad y = \frac{e}{2q\bar{p}_0 p}x^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{q^3\bar{p}_0 p}\right)\right)eq^3x^3 + \frac{e}{12q^2\bar{p}_0^2 p^3}x^4 + \cdots\cdots$$

が得ラレル. コノ (3) ハ相對微分幾何ニ於ケル標準形式（canonical form）デアル。

尚進ンデコノ標準形式ヨリ有益ナル結果ヲ求ムルニハ如何カト思ハレル。