

615. 円, 球ノ幾何ニツイテ

松村 宗治 (台北大)

(I) 三次元 Euclid 空間内ニ二円 \bar{r} , \bar{r}' が與ヘラレ
 \bar{r} ヲ通ル球が \bar{r}' トナス角ヲ φ トセバ

$$(1) \cos^2 \varphi = T^{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta, \quad \text{但シ } A^{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta = 1$$

ナルコトヲ余ハ以前東北数誌第三十四卷, p. 187ニテ述
ベタ、コト $= A^{\alpha\beta} p_\alpha p_\beta = 1$ ナアル。

サテ今

$$(2) \begin{cases} g(x, y) \equiv A''x^2 + 2A'^2xy + A^{22}y^2 - 1 = 0 \\ f(x, y) \equiv T''x^2 + 2T'^2xy + T^{22}y^2 \end{cases}$$

ト置ケトキハ

$$(3) \begin{cases} p \equiv \frac{\partial f}{\partial x} = 2(T''x + T'^2y) \\ q \equiv \frac{\partial f}{\partial y} = 2(T'^2x + T^{22}y) \\ p_1 \equiv \frac{\partial g}{\partial x} = 2(A''x + A'^2y) \\ q_1 \equiv \frac{\partial g}{\partial y} = 2(A'^2x + A^{22}y) \end{cases}$$

$$(4) \quad j \equiv p q_1 - q p_1 = 4 \{ (T''x + T'^2y)(A'^2x + A^{22}y) - (T'^2x + T^{22}y)(A''x + A'^2y) \}$$

$$(5) \begin{cases} P = \frac{\partial j}{\partial x} = 4 \{ 2(T''A'^2 - T'^2A'')x + (T''A^{22} - A''T^{22})y \} \\ Q = \frac{\partial j}{\partial y} = 4 \{ (T''A^{22} - A''T^{22})x + 2(T'^2A^{22} - A'^2T^{22})y \} \end{cases}$$

ナテ

$$(6) \begin{cases} X = T''x^2 + 2T'^2xy + T^{22}y^2 \\ Y = A''x^2 + 2A'^2xy + A^{22}y^2 - 1 \end{cases}$$

ナル変換ヲ考ヘルトキハ以上 (3), (4), (5), (6) ヲ用ヒテ $j = 0$ ナル曲線ノ上ニ $g = 0$ ナルトキノ f ノ *Maximum* 及ビ *Minimum* ノ位置が存在スルコトヲ証明スルコトが出来ル。(American Math. Society, XXXV, p. 823 ヲ参照シ)

コレヲ用ヒルト吾々ノ $\cos^2 \varphi$ ノ Maximum 及ビ Minimum ノ 數ハ四デアルコトナル。而シテ各々二個ツツ交互ニ存在スルコトナル。

(II) 一ツノ円系表面ノ Parameterlinien (u) 及ビ (v) が小サイ Quadraten ヲ形成スルヌメハ吾々ノ 基度量 $(\theta_u \theta_u)$, $(\theta_u \theta_v)$, $(\theta_v \theta_v)$ が

$$(\theta_u \theta_v) = 0, \quad \alpha^2(u) (\theta_u \theta_u) - \beta^2(v) (\theta_v \theta_v) = 0$$

ヲ満足スルコトが必要ニシテ且十分デアル。コレニ d ハ零デナクシテ u ノ ミノ 函数デアリ、 β ハ零デナクシテ v ノ ミノ 函数デアル。

(III) (A) $(\theta_u \theta_u) f_v^2 - 2(\theta_u \theta_v) f_u f_v + (\theta_v \theta_v) f_u^2 = 0$
 ナラバ円系表面上ノ

$$f(u, v) = \text{const.}$$

ナル曲線ガ Minimalkurven デアル。

何トナレバ

$$(1) \quad f(u, v) = \text{const.}$$

ヨリ

$$(2) \quad f_u du + f_v dv = 0$$

即チ

$$(3) \quad f_u : f_v = -dv : du$$

デアリ (3) ト (A) トヨリ

$$(B) \quad (\theta_u \theta_u) du^2 + 2(\theta_u \theta_v) du dv + (\theta_v \theta_v) dv^2 = 0$$

トナリ (1) ハ Minimalkurven トナル。

以上記号ハイツモノ通りデアル。

(IV) 円系表面 = 於テ Parameterkurven が isometrische Linien + ルストノ必要 = シテ 十分ナル條件ハ

$$\frac{(\theta_u \theta_u)}{(\theta_v \theta_v)} = \frac{\psi(u)}{\Phi(v)}, \quad (\theta_u \theta_v) = 0$$

ナルコトデアル, コレ = ψ ハ u ノミノ函数, Φ ハ v ノミノ函数デアアル。

尚其上 = u 及 v が thermische Parameter ナラバ

$$(\theta_u \theta_u) = (\theta_v \theta_v)$$

デアアル。

(Kommerell: Raum Kurven und Flächen, I, S. 141 ヲ参考 = シタ)。

尚. 記号 = ヱイテハ台大紀要 II, p. 36 ヲ採用シタ。