606. 円，球ノ幾何ニツイテ

松村　宗治（台北大）

(II) 球ノ場合ニモ同様ニイヘルベケレドコヽデハ R_2 上ノ円系ニツイテ考ヘルコトニスル。

R_2 上ニ円 $\mathfrak{z}(u,v)$ ガアリトスル。コヽニ u,v ハ Parameter デアル、円 $\mathfrak{z}$ トソレヲ少シ変化セシモノトノ間ノ共通切線ノ長サノ平方ヲ考ヘルト次ノヤウニナル。

$$(1)\quad \begin{aligned}(d\mathfrak{z},d\mathfrak{z}) &= (\mathfrak{z}_u du+\mathfrak{z}_v dv,\ \mathfrak{z}_u du+\mathfrak{z}_v dv)\\ &= (\mathfrak{z}_u\mathfrak{z}_u)du^2+2(\mathfrak{z}_u\mathfrak{z}_v)du\,dv\\ &\quad +(\mathfrak{z}_v\mathfrak{z}_v)dv^2\end{aligned}$$

同様ニ同ジ平面上ノ他ノ與ヘラレタル円系 $\mathfrak{y}(u,v)$ ニ對シテハ同ジ量ハ次ノヤウニナル。

$$(2)\quad \begin{aligned}(d\mathfrak{y}\,d\mathfrak{y}) &= (\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_u)du^2+2(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_v)du\,dv\\ &\quad +(\mathfrak{y}_v\mathfrak{y}_v)dv^2\end{aligned}$$

記号ハイツモノ通リデアル。

サテ今此ノ二ツノ線分ノ平方相等シケレバ

$$(d\mathfrak{z}\,d\mathfrak{z})=(d\mathfrak{y}\,d\mathfrak{y})$$

ヨリ

$$(3)\quad \begin{aligned}&\{(\mathfrak{z}_u\mathfrak{z}_u)-(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_u)\}du^2+2\{(\mathfrak{z}_u\mathfrak{z}_v)-(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_v)\}du\,dv\\ &\quad +\{(\mathfrak{z}_v\mathfrak{z}_v)-(\mathfrak{y}_v\mathfrak{y}_v)\}dv^2=0\end{aligned}$$

コヽニ $\mathfrak{z}$ ハ変円系，$\mathfrak{y}$ ハ定円系デアルトスル、ツマリ上記ノ性質ヲ有スル一般ノ曲線群 $\mathfrak{z}$ ハ (3) ナル方程式ヲ満足スル。

サテ Parameternetz ガ上記性質ヲ満足スルトキ且ツ其時ニ限リテ

$$(4)\quad (\mathfrak{z}_u \mathfrak{z}_u)=(\mathfrak{y}_u \mathfrak{y}_u), \quad (\mathfrak{z}_v \mathfrak{z}_v)=(\mathfrak{y}_v \mathfrak{y}_v)$$

ヲ満足スルコトニナル。

コレハ(3)ヨリ分ル。

次ニ $\alpha(u,v)$, $\beta(u,v)$ ガ與ヘラレテ(3)ノ解ガ

$$\frac{dv}{du}=\alpha, \qquad \frac{dv}{du}=\beta$$

ニナルヤウニスルナラバ明カニ

$$\alpha+\beta=-2\,\frac{(\mathfrak{z}_u \mathfrak{z}_v)-(\mathfrak{y}_u \mathfrak{y}_v)}{(\mathfrak{z}_v \mathfrak{z}_v)-(\mathfrak{y}_v \mathfrak{y}_v)}$$

ガ成立ツ。

特ニ $\alpha=0$ ナラバ

$$(\mathfrak{z}_u \mathfrak{z}_u)=(\mathfrak{y}_u \mathfrak{y}_u)$$

デアル。

ツマリコヽデハ G. Scheffers 等ノ考ヘタ Kurvennetze ohne Umwege ニ相當スルコトヲ球,円ノ幾何學ガ考ヘルノデアル。

上ノコトヲバ R_2 内ノ円ノ代リニ R_3 内ノ球ヲ考ヘルモノトシ(3)ニ於テノ $u=const.$, $v=const.$ ガ表面上ノ曲線群ニ對應スルモノトシ其ノ場合ニ於ケル(3)ガ Konjugierten Netz ヲ形成スルタメニハ

$$N\{(\mathfrak{z}_u-\mathfrak{z}_u)-(\mathfrak{y}_u \mathfrak{y}_u)\}-2M\{(\mathfrak{z}_u \mathfrak{z}_u)-(\mathfrak{y}_u \mathfrak{y}_v)\}$$
$$+L\{(\mathfrak{z}_v \mathfrak{z}_v)-(\mathfrak{y}_v \mathfrak{y}_v)\}=0$$

デアル、コヽニL, M, N ハ其ノ場合ノ表面ノ第二基本量ガアル。尚(3)ニテ

$$\{(\mathfrak{x}_u\mathfrak{x}_u)-(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_u)\}\{(\mathfrak{x}_v\mathfrak{x}_v)-(\mathfrak{y}_v\mathfrak{y}_v)\}-\{(\mathfrak{x}_u\mathfrak{x}_v)-(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_v)\}=0$$

ナル場合ヲモ幾何學的ニ説明スルコトヲ得ベシ。

尚

$$(d\mathfrak{x}, d\mathfrak{x})=-(d\mathfrak{y}, d\mathfrak{y})$$

ヲ考ヘテ

$$\text{(4)}\quad \{(\mathfrak{x}_u\mathfrak{x}_u)+(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_u)\}du^2+2\{(\mathfrak{x}_u\mathfrak{x}_v)+(\mathfrak{y}_u\mathfrak{y}_v)\}dudv+\cdots\cdots=0$$

ヲ得ベク(3),(4)ヨリ東北数誌第十二巻, p. 240ニ於ケル小倉博士ノ論文ニ適用スルコトガ出來ル。

(II) $\mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ ガ点ナラバ

$$\mathfrak{y}^2=0,\quad \mathfrak{z}^2=0$$

デアル。

次ニ $\mathfrak{x}(u^1, u^2)$ ニ對シテ

$$\mathfrak{x}_i\mathfrak{y}=0,\quad \mathfrak{x}_i\mathfrak{z}=0$$

ナラバ Blaschke ニヨリ

$$\mathfrak{y}_i=p_i^k\mathfrak{x}_k+q_i\mathfrak{y}$$

ガ成リ立ツ。

コヽニ

$$\mathfrak{x}_i=\frac{\partial\mathfrak{x}}{\partial u^i},\quad \mathfrak{y}\mathfrak{z}=1$$

デアル。p, q ハ すからー デアル。