

593

592. 円系表面ニツイテ

松村 宗治 (台北大)

(I) 例ノ記号ヲ用ヒテ $f(t, \tau)$ ヲ t, τ ノーツ
ノ函数トシ

$$(1) (\theta_t \theta_t) f_\tau^2 - 2(\theta_t \theta_\tau) f_\tau f_t + (\theta_\tau \theta_\tau) f_t^2 = 0$$

ヲ考ヘル。

サテ f ハ定数デナクシテ

$$(2) f(t, \tau) = \text{Konst.}$$

ヲ円系表面上ノ曲線ノ ∞' 群デアルトスルトナハ

$$(3) f_t dt + f_\tau d\tau = 0$$

ガ成立ツ。ユノ関係カラ

$$(4) f_t : f_\tau = -d\tau : dt$$

トナリ (1) ト (4) ヨリ

$$(5) (\theta_t \theta_t) dt^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) dt d\tau + (\theta_\tau \theta_\tau) d\tau^2 = 0$$

トナル。(5) ハ吾々ノ円系表面上ノ極小曲線ノ式デア
ル。

デアルカラ次ノ事が云ヘル。

円系表面上ノ曲線群 $f(t, \tau) = \text{Konst.}$ が其ノ表面
上ノ極小曲線ノニツノ群 (5) ヲ表ハスルノ必要ニシテ十
余ノ条件ハ f が定数デナクシテ (1) が恒等的ニ成立スル
コトデアアル。

(II) $f(t, \tau)$ 及ビ $g(t, \tau)$ ハ t, τ ノニツノ函数
ニシテ $f(t, \tau) = \text{Konst}$ 及ビ $g(t, \tau) = \text{konst}$ が円
系表面上ノ Orthogonalsystem ヲ表ストセバ

$$d\tau : dt = -f_t : f_\tau,$$

$$d\tau : dt = -g_t : g_\tau.$$

ヲ用ヒテ

$$(1) (\theta_t \theta_\tau) f_\tau g_\tau - (\theta_t \theta_\tau) (f_\tau g_t + g_\tau f_t) + (\theta_\tau \theta_\tau) f_t g_t = 0$$

デアアルコトヲ証シ得。

而シテコノ結果ハ可逆的デアツテ結局次ノ定理ヲ得。

ニツノ曲線群 $f(t, \tau) = \text{Konst.}$ 及ビ $g(t, \tau) = \text{Konst.}$

ハ (1) が恒等的ニ成立スルトキ而シテ其ノ時ニ限リテ一般ニ Orthogonalsystem ヲ形成スルトイフコトニナル。

但シ

$$(\theta_t \theta_t) f_t^2 - 2(\theta_t \theta_\tau) f_t f_\tau + (\theta_\tau \theta_\tau) f_\tau^2 \neq 0,$$

$$(\theta_t \theta_t) g_t^2 - 2(\theta_t \theta_\tau) g_t g_\tau + (\theta_\tau \theta_\tau) g_\tau^2 \neq 0.$$

デアアル。

コノ = Scheffers: Anwendung über diff. und integ. Rechnung auf Geo. II, S. 461 ヲ参照シタ。

(III) ニツノ円系表面 S, \bar{S} 上ニヨレバレ相對應スル点ヲ通ルニツノ垂直ナル曲線ヲ引ケバ

$$(1) \begin{cases} (\theta_t \theta_t) + (\theta_t \theta_\tau)(K+k) + (\theta_\tau \theta_\tau) Kk = 0, \\ (\bar{\theta}_t \bar{\theta}_t) + (\bar{\theta}_t \bar{\theta}_\tau)(K+k) + (\bar{\theta}_\tau \bar{\theta}_\tau) Kk = 0. \end{cases}$$

デアアル、コノ = K, k ハ考フル点ニ於ケル Fortschreitungsrichtungen デアツテ $d\tau: dt$ ノ値デアアル。

(1) ヨリ

$$(2) \begin{cases} K+k = \frac{(\theta_\tau \theta_\tau)(\bar{\theta}_t \bar{\theta}_t) - (\theta_t \theta_t)(\bar{\theta}_\tau \bar{\theta}_\tau)}{(\theta_t \theta_\tau)(\bar{\theta}_\tau \bar{\theta}_\tau) - (\theta_\tau \theta_\tau)(\bar{\theta}_t \bar{\theta}_t)}, \\ Kk = \frac{(\theta_t \theta_t)(\bar{\theta}_t \bar{\theta}_\tau) - (\theta_t \theta_\tau)(\bar{\theta}_t \bar{\theta}_t)}{(\theta_t \theta_\tau)(\bar{\theta}_\tau \bar{\theta}_\tau) - (\theta_\tau \theta_\tau)(\bar{\theta}_t \bar{\theta}_t)} \end{cases}$$

ヲ得、

(2) K, κ は二次式

$$(3) \left\{ (\theta_t \theta_c) (\overline{\theta_t \theta_c}) - (\theta_c \theta_t) (\overline{\theta_c \theta_t}) \right\} - \left\{ (\theta_c \theta_t) (\overline{\theta_c \theta_t}) - (\theta_t \theta_c) (\overline{\theta_t \theta_c}) \right\} \kappa \\ + \left\{ (\theta_t \theta_c) (\overline{\theta_c \theta_t}) - (\theta_c \theta_t) (\overline{\theta_t \theta_c}) \right\} \kappa^2 = 0$$

ノ根デアイル。

但シ $\gamma \rightarrow \bar{\gamma}$ 上ノ点ヲ \bar{S} 上ノ点ヘ *abbild* 大レ場
合ヲ考ヘルノデアイル。

(3) ヲ変形セバ

$$(4) \left\{ \kappa + \frac{(\theta_t \theta_c)}{(\theta_c \theta_t)} \right\} \left\{ \kappa + \frac{(\theta_t \theta_c)}{(\theta_c \theta_t)} \right\} = - \frac{(\theta_t \theta_c)(\theta_c \theta_t) - (\theta_c \theta_t)^2}{(\theta_c \theta_t)^2}$$

トナリ $\kappa = \kappa$ ナラバ (4) ノ左ハ平方ニナリテ 正トナルガ右ハ
負トナル、何トナレバ右ノ分子ハ正デアイルカラデアイル。ソレ
故ニ 不合理的ナルカラ $\kappa \neq \kappa$ デイル。