545. 非同次型線状移動可能函數方程式ニ就テ (VI)

北川　敏男（阪大）

(V) ノ訂正ト校正

(i) 訂正：　第120号 p.37 補助定理 1 ニ於イテ "$g^{(\nu)}(0)=0$ $(\nu=0,1,2,\text{------},m-1)$ ナラバ" トイフ條件ヲ加ヘル。コノ條件ハ何等本質的ナ制限トハナラナイ。

即テ　$g(x)-\sum_{\nu=0}^{m-1}\dfrac{g^{(\nu)}(0)}{\nu!}x^{\nu}=g^{*}(x)$　トオケバ，

$g^{*}(x)$ ニツイテハコノ條件ガミタサレテ居ル。ソレデ問題ハ

$$\Gamma f(x)=x^{\nu} \qquad (\nu=0,1,2,\text{-----},m-1)$$
$$\Gamma f(x)=g^{*}(x)$$

ヲ解クコトニ帰スルカラデアル。

(ii)　校正：　p. 38 第一行目 "従ッテ吾人ノ得ルトコロ" ノアトノトコロへ次ノ数行ノ印刷ガ落チテヰル：

$$\int_{c}^{x}g_1(\xi)d\xi=\int_{c}^{x}g(\xi)d\xi-\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}g(\xi)\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{iu(x-\xi)}-e^{iu(c-\xi)}}{iu}(1-\varphi_A(u))du\right\}d\xi$$

依ッテ x ニ関シテ微分シテ

$$g_2(x)=\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dx}\left\{\int_{0}^{\infty}g(\xi)\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{iu(x-\xi)}}{iu}(1-\varphi_A(u))du\right\}d\xi\right\}$$

茲デ

$$\rho(\tau)\equiv\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{iu\tau}}{iu}(1-\varphi_A(u))du$$

$$\rho^{(-1)}(\tau)=\int_{0}^{\tau}\rho(\tau)d\tau$$

トオクトキ，$g(0)=0$ ト $g(x)=O(x^{m})$ トニヨッテ

$$g_2(x)=\frac{d}{dx}\left\{\int_{0}^{\infty}g'(\xi)\rho^{(-1)}(x-\xi)d\xi\right\}$$

茲デ differentiation ヲ内へ入レテモヨイカラ

（証明省略）

$$g_2(x)=\int_0^\infty g'(\xi)\rho(x-\xi)\,d\xi$$

同様ナ議論ヲ繰返シテ (16)ヲ得ル。

(iii) 訂正： p.38 §7 (20) ヲ (20_1) ト書キ，次ノ條件ヲ (20_2) トシテ加ヘルト："或ル適當ナ正整数 q ガアッテ

$$(20_2) \qquad \sum_1^\infty |A_n|\,n^{-q}<\infty$$

デアルトスル。" 是レニヨッテ (23) ノ existence 並ビニて ノ任意ノ有限区間デ一様收斂デアルコトガ (24) ニヨッテ明カニナル。

依ッテ p.38 ノ下四行ヲ削ル。

(iv) 校正： p.40 五行目 $e^{iu}(x_0-t-\alpha_n)$ デハナクテ $e^{iu(x_0-\alpha_n)}$ デアル。 (30) ニ於イテモ $x_0-t-\alpha_n$ デナクシテ $x_0-\alpha_n$ デアル。

(v) 訂正： p.40 (31) 式ヲ次ノ如ク改メル。

$$(31) \qquad I_C=\frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{e^{\lambda x}}{\varphi(\lambda)e^{\lambda x_0}}\left\{\sum_{n=0}^\infty \frac{A_n}{2\pi}\int_0\left[\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{iu(x_0-\alpha_n+\xi)}}{(iu-\lambda)(iu)^m}(1-g_A(u))\,du\right]dp(\xi)\right\}d\lambda$$

次ニコレヲ計算スル。 (以上)

10. $$(32) \qquad h_\lambda(s)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{ius}(1-g_A(u))}{(iu-\lambda)(iu)^m}\,du \qquad (s<0)$$

トオケバ

$$(33) \qquad \frac{d^m h_\lambda(s)}{ds^m}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{ius}}{iu-\lambda}\,ds-\frac{1}{2\pi}\int_{-(A+\delta)}^{A+\delta}\frac{g_A(u)e^{ius}}{iu-\lambda}\,du$$

コノ式右辺ノ第一項ハ $R(\lambda)>0$ ノトキ $-e^{\lambda s}$, $R(\lambda)<0$ ノトキ 0 トナル。 第二項ヲ今假リニ $-\Phi_\lambda(s)$ トオケバ,

$$(34)\quad e^{\lambda s}\frac{d}{ds}\left[e^{-\lambda s}\Phi_\lambda(s)\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-(A+\delta)}^{A+\delta}g_A(u)e^{ius}du$$

$$g_A^{(\nu)}(\pm(A+\delta))=g^{(\nu)}(\pm A)=0 \quad (\nu=0,1,2,\cdots\cdots,p-1)$$

(p ハ任意ノ自然数) ニ依ッテ (33) ハ

$$\frac{(-1)^p}{2\pi\, s^p}\int_{-(A+\delta)}^{A+\delta}g_A^{(p)}(u)e^{ius}du$$

茲ニ至ッテ $g_A^{(p)}(u)=0$ ナルヤウナ p ガ $g_A(u)$ ヲ始メカラエランデオイタトスルト (ソウイフ制限ヲ $g_A(u)$ ニアタヘテモ、今マデノ議論ニハ影響シナイ。但シ, $q+m<p$ デアルコトヲ要スル)。 (33) ハ常ニ 0 デアル。依ッテ

$$e^{-\lambda s}\Phi_\lambda(s)=C$$

C ハ λ ニモ s ニモ depend シナイ。シカルニ $R(\lambda)>0$ ナラバ右辺ハ $s\to\infty$ ノトキ常ニ零デアル。

依ッテ

$$\frac{d^m h_\lambda(s)}{ds^m}=\begin{cases}-e^{\lambda s} & (R(\lambda)>0 \text{ ノトキ})\\ 0 & (R(\lambda)<0 \text{ ノトキ})\end{cases}$$

従ッテ (32) ハ ($|\lambda|\to\infty$ ノトキ $s\,(<0)$ ノ如何ニカゝハラズ零トナルコトニ注意シテ)

$$(35)\quad h_\lambda(s)=\begin{cases}-\dfrac{e^{\lambda s}}{\lambda^m} & (R(\lambda)>0 \text{ ノトキ})\\ 0 & (R(\lambda)<0 \text{ ノトキ})\end{cases}$$

サテ $x_0-\alpha_n+\xi < x_0+\xi < 0$ デアルカラ，(35) ニヨッテ I_c ハ次ノ如クナル。

$$(36)\quad I_c=-\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{C}^{(+)}}\frac{e^{\lambda x}}{\lambda^m G(\lambda)}\,d\lambda$$

コヽニ $\mathfrak{C}^{(+)}$ ハ $\mathfrak{C}$ ノウチ $R(\lambda)\geqq 0$ ニ属スル部分ヲ意味スル。

11．以上ノ結果ヲマトメテ述ベテ置カウ。

定理． *Linear translatable operator*

$$\Gamma f(x)=\int_0^1 f(x+\xi)\,dp(\xi)$$

ニ関スル函数方程式

$$(1)\quad \Gamma f(x)=g(x) \qquad (0<x<\infty)$$

ニ於テ、次ノコトガ假定サレテアルトスル。

I． Γ ノ母函数 $G(\lambda)=\int_0^1 e^{\lambda\xi}dp(\xi)$ ハ，$G^{(\nu)}(0)=0$，$(\nu=0,1,2,\cdots\cdots k-1)$ $G^{(k)}(0)\neq 0$ トシ

$$(6)\quad \frac{\lambda^k e^{\lambda x}}{G(\lambda)}=\sum_{\nu=0}^{\infty}B_\nu^k(x)\lambda^\nu$$

ハ $|\lambda|<1$ デ正則デアル，

II． $R(\lambda)>0$ ニ於テハ

$$(20_1)\quad \frac{e^{\lambda x}}{G(\lambda)}=\sum_{n=0}^{\infty}A_n e^{\lambda(x-\alpha_n)}$$

トナル。コレハ任意ノ正数 ε ニ對シテ $R(\lambda)\geqq\varepsilon$ ニ於ケル λ ニ関シ，一様收斂デアルトスル。

又或ル自然数 q ニ對シ

$$(20_2)\quad \sum_{n=1}^{\infty}|A_n|\,n^{-q}<\infty$$

III. 適當ナ contour ノ sequence $\{\mathfrak{C}_\nu\}$ ガアッテ、ソノ positive half-parts ヲ $\{\mathfrak{C}_\nu^{(+)}\}$ トスルトキ、

$$(37)\quad \lim_{\nu\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{C}_\nu^{(+)}}\frac{e^{\lambda x}}{\lambda^m G(\lambda)}\,d\lambda=B_{m-k}^{k+}(x)\quad(\text{say})$$

ガ x ノ任意有限区間（但シ $x<0$）デ一様ニ收斂スル。

IV. $\lim\limits_{x\to\infty} g^{(m)}(x)=0$

V. $(38)\quad \int_0^{\infty} g^{(m)}(t)\,B_m^{k(+)}(x-t)\,dt$ ガ存在スル。

然ルトキ

$$(39)\quad \begin{cases} 1^\circ \quad \varphi_A(u)=0 & |u|\geqq A+\delta \\ 2^\circ \quad \varphi_A(u)=1 & |u|\leqq A \\ 3^\circ \quad A\leqq u\leqq A+\delta \text{ ハ連續函數ヲモッテ結ビ、ソ} \end{cases}$$

レハ、$u=A,\ A+\delta$ ニ於テハ無限回微分可能デソノ値ハ常ニ零。又 $q+m<p$ ナルアル p ニ對シテ始メテ $\varphi^{(p)}(u)\equiv 0$ トナル。$-A\geqq u\geqq (A+\delta)$ ニ於テモ同樣ニ define スル。

カク補助函數ヲ導入スルトキ、(1) ノ解トシテ

$$(40)\quad g(x)=\sum_{\nu=0}^{m-1}\frac{g^{(\nu)}(0)}{\nu!}B_\nu^{k}(x)+\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}g(t)\left\{\int_{-\infty}^{\infty}e^{iu(x-t)}\varphi_A(u)\,du\right\}dt$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}g^{(m)}(t)\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1-\varphi_A(u)}{(iu)^m}e^{iu(x-t)}\,du\right\}dt$$

ヲ與ヘルコトガ出來ル。

12. コノ種ノ問題ニ關シ Ghermanesco (Acta Math. 62) Bochner (Acta Math. 51) Wiener (M. I. T. IV) 等ノ方法ガ知ラレテヰル。茲デ試ミタ方法ハ Schmidt ト Wiener トニ依ルトコロガ多イガ、Cauchy 級數ニヨル展開ヲ用ヰタ点ガ一ツノ試ミデアルカモ知レナイ。Wiener ノ方法及ビ結果ハ、タシカニ含マレテヰル。尚 (40) ニ得タ解ハ，未ダ主解ナリトハ言ヒ得ナイ。ソレハ未ダ特解 (Bochner ノ語) トイフベキデアル。