

536. 有理函数ノ二三ノ性質, II

丸山俊朗(東京文理大學生)

相異ナル三ツノ値ヲトル点(有限又ハ無限)ガ悉ク一致シ、且ツ恒等的ニハ相等シカラザルニツノ有理函数ハ存在スル。實際、ニツノ有理函数

$$R_1(x) = \frac{4x^3}{(x+1)^3(x-1)}, \quad R_2(x) = \frac{4x}{(x+1)(x-1)^3}$$

ハ帯ニ同一ノ点(有限又ハ無限)ニ於テ $0, 1, \infty$ トナル。

先ヅ $x=0, \infty$ ニ於イテ $R_1=R_2=0$ 、及ビ $x=1, -1$ ニ於イテ $R_1=R_2=\infty$ トナルコトハ明カデアル。

次ニニツノ方程式 $R_1(x)=1, R_2(x)=1$ ハ共ニ同一ノ方程式 $x^4 - 2x^3 - 2x - 1 = 0$ ト同値ニナルカラ、コレヨリ容易ニ $x = \pm i, 1 \pm \sqrt{2}$ ニ於イテ $R_1=R_2=1$ トナルコトガ分ル。

[註] R. Nevanlinna ハソノ著 *Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes* (Collection de Borel) 109頁ニ於イテ « une fonction rationnelle est univoquement déterminée par trois distributions » ト述ベテキルガ、コレハ誤リデアルコトガ上記ノ例ニヨツテマカル。(清水)