

533. 円, 球ノ幾何ニツイテ

松村 宗治 (台北大)

(I) R_3 内ノ球ノ幾何ニツイテ下ニ考ヘル、研究ノ方針ハ非ユークリッド幾何ノ研究ト同様ナル。

φ ヲ球 $\varphi(t+dt)$ ト z トノ間ノ角トセバ

$$\cos \varphi = (\dot{\varphi}(t+dt), \dot{z})$$

ナル。ユラニハ媒介変数ナル。サテ

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t+dt) &= \dot{\varphi}(t) + \dot{\varphi}'(t) dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\varphi}''(t) (dt)^2 + \dots \end{aligned}$$

ナル故ニ

$$\cos \varphi = (\dot{z} \dot{\varphi}) + (\dot{z} \dot{\varphi}') dt + \frac{1}{2} (\dot{z} \dot{\varphi}'') (dt)^2 + \dots$$

今 $(\dot{z} \dot{\varphi}) = 0$, $(\dot{z} \dot{\varphi}') = 0$ ナルトセバ

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} (\dot{z} \dot{\varphi}'') (dt)^2 + \dots$$

ナリ

$$\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{2 \cos \varphi}{(dt)^2} = (\dot{z} \dot{\varphi}'')$$

トナル。

(II) 三球 φ , $\varphi + d\varphi$, $\varphi + d\varphi + \frac{1}{2} d^2\varphi$ / 交点ヲ球
子ガ通過セバ

$$z = A\varphi + B(\varphi + d\varphi) + C(\varphi + d\varphi + \frac{1}{2} d^2\varphi)$$

デアール、コゝ = A, B, C ハ Skalar Grössen デアール、
上式ヲ書キ換ヘルト

$$(1) \quad z = \lambda\varphi + \mu\varphi' + \nu\varphi''$$

トナル、 λ, μ, ν ハ A, B, C ト同性質ノ量デアール。

(1) ヲリ

$$(2) \quad 0 = (\varphi z) = \lambda(\varphi\varphi) + \mu(\varphi\varphi') + \nu(\varphi\varphi'') \\ = \lambda - \nu$$

$$(3) \quad 0 = (\varphi' z) = \lambda(\varphi\varphi') + \mu(\varphi'\varphi') + \nu(\varphi'\varphi'') \\ = \mu$$

コゝ = $(\varphi'\varphi') = 1$ ナル場合ヲ吾々ハ考ヘルノデアール

(Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb.

Univ. 4, p. 126 = オケル Thomesen ノ論文参照)

(2), (3) ノ λ, μ, ν ノ値ヲ (1) = $A\lambda$ セバ

$$(4) \quad z = \lambda(\varphi + \varphi'')$$

此ノ式ヨリ

$$1 = (zz) = \lambda^2 \{ (\varphi\varphi) + 2(\varphi\varphi'') + (\varphi''\varphi'') \} \\ = \lambda^2 \{ 1 - 2 + (\varphi''\varphi'') \} \\ \lambda^2 = \{ (\varphi''\varphi'') - 1 \}^{-1}$$

$$\therefore (5) \quad z = \pm \frac{\varphi + \varphi''}{\sqrt{(\varphi''\varphi'') - 1}}$$

サテ土ノ内ノ十ヲトルモノトシ

$$(6) \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{2 \cos \vartheta}{(dt)^2} = (\gamma'' \gamma) = \frac{(\gamma \gamma'') + (\gamma'' \gamma)}{\sqrt{(\gamma'' \gamma) - 1}}$$
$$= \frac{-1 + (\gamma' \gamma'')}{\sqrt{(\gamma'' \gamma) - 1}} = \sqrt{(\gamma'' \gamma) - 1}$$

以上及ビ以前モ時々 *Kugelraum* = 於ケル非ユークリッド幾何ノ研究トデモイフベキモノニツイテ論シタノデ (6) 式 = 於ケル $(\gamma'' \gamma)$ ハ *Gauss*) 曲率 = 對應スルモノデアル。