524. 幾何學雜話

松　村　宗　治（台北大）

(I)　R_n 内ノ球 $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ヲ考ヘテ

$$\begin{aligned} \mathfrak{z} &= \mathfrak{x} + i\mathfrak{y}, \\ \bar{\mathfrak{z}} &= \mathfrak{x} - i\mathfrak{y} \end{aligned} \qquad (i = \sqrt{-1})$$

ト置ケバ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ガ垂直ニ相交ハルナラバ

$$\begin{aligned} (\mathfrak{z}\mathfrak{z}) &= (\mathfrak{x}\mathfrak{x}) - (\mathfrak{y}\mathfrak{y}) + 2i(\mathfrak{x}\mathfrak{y}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

トスルコトガ出來ル。尚亦

$$(\mathfrak{z}\bar{\mathfrak{z}}) = (\mathfrak{x}\mathfrak{x}) + (\mathfrak{y}\mathfrak{y}) = 2$$

デアルカラ前ニモノベタ様ニ $\mathfrak{z}$, $\bar{\mathfrak{z}}$ ハ R_n 内ノ二点デアリ其ノ距離ハ $\sqrt{2}$ ニ等シイ。

サテ、コレ等ハ皆一ツノ媒介変数 t ノ函数デアルトセバ

$$(1)\quad \begin{cases} z(t) = x(t) + i\,y(t), \\ \bar{z}(t) = x(t) - i\,y(t) \end{cases}$$

トナル．$z(t)$, $\bar{z}(t)$ ハ R_n 内ノ二ツノ曲線デアツテ其ノ對應点ヲ連結スル線分ノ長サハ常ニ上述ノ通リニナル。

亦表面ノ場合ニハ t ノ代リニ二ツノ媒介変数 u, v ヲオキ

$$(2)\quad \begin{cases} z(u, v) = x(u, v) + i\,y(u, v), \\ \bar{z}(u, v) = x(u, v) - i\,y(u, v) \end{cases}$$

デアツテ同様ノコトガ此ノ場合ニイヘル。

(1) 或ハ (2) ノ左辺ハ普通ノ微分幾何ニ於ケル諸公式ニアテハマルカラ、從ツテ其レ等右辺ニツイテノ公式ヲ求メ得ベシ。

(II) *Indian Math. Society*, Vol 11 (1936), p. 96 ニ於ケル Rose, R. C. ノ卵形線ニ外接スル正凸多角形ノ数ニツイテノ定理ヲバ台北帝大理農學部紀要第十五巻第九号 p. 205 ニ於ケル拙著所論ノ様ニ

$$U(\phi) - U\left(\phi + \frac{2\pi}{n}\right)$$

ノ Graph ヲ考ヘテ証明スルコトモ出来ルト思フ。
但シ

$$U(\phi) = \sum_{k=0}^{n-1} p\left(\phi + \frac{2k\pi}{n}\right)$$

デアル。

(III) *Math. Z. Bd. 41*, p. 717 ニ於ケル Doetsch

ノ論文デ、CFヲFノ方ニ延長シ △OPCヲツクリ ∠COP $=\underline{|R}$ ナリトスルトキハ OPノ長サハ $r(\alpha)\cot(\alpha-\varphi)$ ニ等シク OPガ首線トナス角ハ $\alpha-\frac{\pi}{2}$ ニ等シイ。

ソコデ

$$\frac{d\,\overline{OP}}{d\alpha}$$

ヲ求メルト

$$\frac{r'(\alpha)\cos(\alpha-\varphi)\sin(\alpha-\varphi)+r(\alpha)\left(\frac{d\varphi}{d\alpha}-1\right)}{\sin^2(\alpha-\varphi)}$$

トナル、即チコレハ

$$r(\alpha)+\frac{r(\alpha)\left(\frac{d\varphi}{d\alpha}-1\right)}{\sin^2(\alpha-\varphi)}$$

等シイ。デアルカラ OPノ長サガ極値ヲ有スル場合ニハ

$$\frac{d\varphi}{d\alpha}=\cos^2(\alpha-\varphi)$$

デアルコトガ分ル。

Williamson: Differential Calculus, p. 228ニヨレバ Pedal Curve ヘノ切線ヘ原点カラ下シタ垂直距離ヲ p' トセバ

$$rp'=h^2$$

デアリ、且ツ

$$\frac{r'(\alpha)}{r(\alpha)}=\frac{h'(\varphi)}{h(\varphi)}$$

ガ成立ツ（記號ハ Doetsch ノ論文參照）ガ故ニ最後ノ二式ヨリ

$$\frac{p'^2}{r} = \frac{h'^2}{p'}$$

ガ成リ立ツ、從ツテ $p' = \dfrac{h'^2 r}{p'^2}$ ガ成立ツコトニナル。

尚 Annals of Math. 22, p.215 ニ於ケル林鶴一先生ノ御著論文カラシテ次ノコトガ分ル。

$$R = p, \qquad P = \frac{p^2}{(p^2+p'^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\frac{dP}{d\Phi} = \frac{pp'}{(p^2+p'^2)^{\frac{1}{2}}}$$

コヽニ小文字ハ卵形線ニ對スル量デ大文字ハソレニ對應スル垂足曲線ニ對スル量デアル。

最後ノ式ヨリ，例ヘバ

$$\frac{P'}{P} = \frac{p'}{p},$$

$$\frac{R}{P} = \frac{r}{p}$$

ヲ得，但シ左右両辺ニ於ケル微分ハ同一ノ角ニツイテデナイ、尚他ノ關係式モ得ラルルデアロウ。

（IV）平川君カラ唯今親切ニ彼ノ最近ノ論文：相對微分幾何 II（輯報第十三巻）ノ別刷ヲ送ッテ貰ッタ（此ノ雜誌ハマダ到達セヌ）ソレヲ今ミテスグ自分ノ思ヒウカブコトハ相對的ニ余ノ以前ノ拙文（台北帝大理農學部紀要第十五巻第

九号，第二百十三頁，或ハコゝデモ私ガ以前述ベタコトガアル）ヲ一般化スルコトデアル。