506. 円，球ノ幾何

松村宗治（台北大）

(I) コレデハ平面幾何ヲ考究スル。

$\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ ハ三ツノ與ヘラレタル円トシ, R_2 上ニ在リトスル。

今円 $\mathfrak{X}$ ヲ考ヘテ

$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{z}\mathfrak{X}}$$

ナリトセバ

$$\frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})^2}{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})} = \frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})^2}{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})} \quad \cdots\cdots (1)$$

ガ成立ツ、コノ式ヨリ

$$\left\{ \frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} + \frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} \right\} \left\{ \frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} - \frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} \right\} = 0 \quad \cdots (2)$$

ヲ得、換言セバ

$$\frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \pm \frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

ガ成立ツ、同様ニシテ

$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{z}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{X}},$$
$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{X}}$$

ガ成立スルモノトセバ、ソレゾレ

$$\frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} \pm \frac{(\mathfrak{x}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} = 0, \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\frac{(\mathfrak{x}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} \pm \frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} = 0 \quad \cdots\cdots (5)$$

ガ成立スル。

(3), (4), (5) デ表ハサレタル六個ノ円 $\mathfrak{X}$ ガソコニ出來ルワケデアル、此ノ六個ノ円ガ三個ヅツ四点デ相交ルコトハ

普通ノ様ニ証明セラレ且ツ其等ノ四点ノ座標ハ

$$\left(\frac{\mathfrak{x}}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}}\pm\frac{\mathfrak{y}}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}}\pm\frac{\mathfrak{z}}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}}\right)$$

トナルコトヲ介ル。

(II) $\mathfrak{a}$, $\bar{\mathfrak{a}}$, $\mathfrak{A}$ ハ R_n 内ノ球トシ

$$\mathfrak{A}=\mathfrak{a}+\varepsilon\bar{\mathfrak{a}}$$

ヲ考ヘル，ε ハ Dualzahl デアル、ソノ時

$$\mathfrak{A}\mathfrak{A}=\mathfrak{a}\mathfrak{a}+2\varepsilon\,\mathfrak{a}\bar{\mathfrak{a}}=1$$

デアリ

$$\mathfrak{a}\bar{\mathfrak{a}}=0$$

トナリ球 $\mathfrak{a}$, $\bar{\mathfrak{a}}$ ハ互ニ垂直ニナル。

$\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ ハ二ツノ球トシ

$$\mathfrak{A}\mathfrak{B}=\mathfrak{a}\mathfrak{b}+\varepsilon(\mathfrak{a}\bar{\mathfrak{b}}+\bar{\mathfrak{a}}\mathfrak{b})$$

ヲツクル。

$$d\mathfrak{A}=\mathfrak{A}_i\,du^i,\quad \mathfrak{A}_i=\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial u^i},\qquad (i=1,2)$$

トオキ

$$G_{ik}=g_{ik}+\varepsilon\bar{g}_{ik}=\mathfrak{A}_i\mathfrak{A}_k=\mathfrak{a}_i\mathfrak{a}_k+\varepsilon(\mathfrak{a}_i\bar{\mathfrak{a}}_k+\mathfrak{a}_k\bar{\mathfrak{a}}_i)$$

トスル、然ルトキハ

$$\begin{aligned}G_{ik}\,du^i du^k&=(g_{ik}+\varepsilon\bar{g}_{ik})\,du^i du^k\\&=\{\mathfrak{a}_i\mathfrak{a}_k+(\mathfrak{a}_i\bar{\mathfrak{a}}_k+\mathfrak{a}_k\bar{\mathfrak{a}}_i)\}\,du^i du^k\end{aligned}$$

デアル。

サテ今 $\mathfrak{A}(u^1,u^2)$, $\mathfrak{a}(u^1,u^2)$, $\bar{\mathfrak{a}}(u^1,u^2)$ ハ各球ノ包絡スル凸表面デアツテ平行デ同一方向ノ法線ヲ有スル点ガ互ニ對應スルモノトシ

$$\bar{g}_{ik} \equiv 0$$

ナラバ $\mathfrak{a}(u^1, u^2)$ ト $\alpha(u^1, u^2)$ ハ移変ヲ除イテハ互ニ全ク等シイコトガ分ル。（日本數學輯報 6, p.27 ノ拙著論文ヲ參照シタ），何トナレバ此ノ時

$$G_{ik} \equiv g_{ik}$$

ガ成立スルカラデアル。