484. 數學雜話

松村　宗治（台北大）

(I) 非ユークリッド幾何學デIヲ面積トスルト

$$dI = K \sin \frac{r}{K}\, d\theta\, dr$$

ナル公式ガアル（記号ハ普通ノ通リデアル）ガ，コレハ相對幾何學デハ

$$dI = K \sin \frac{\sqrt{g}\, r}{K}\, d\theta \sqrt{g}\, dr$$

トナル、記号ニツイテハ、イツモノ通リデアル。

ツマリ相對的非ユークリッド幾何學ノ一ツノ公式ニツイテ述ベタノデアル。

(II) 今 R_3 内ニ二ツノ球 $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}$ ヲ考ヘルト其ノ交円ヲ通過スル球ハ

(1)　$\mathfrak{z} = \lambda \mathfrak{x} + \mu \mathfrak{y}$

デ表ハサレル、λ, μ ハ Skalargrössen デアル。

サテ　$\cos \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{z}} = \pm \cos \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{z}}$　ナラバ

$$(2)\quad \frac{(\mathfrak{x}, \lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}\sqrt{(\lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y}, \lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y})}} = \pm\frac{(\mathfrak{y}, \lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}\sqrt{(\lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y}, \lambda\mathfrak{x}+\mu\mathfrak{y})}}$$

即チ

$$\frac{\lambda^2}{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}\left[(\mathfrak{x}\mathfrak{x})(\mathfrak{y}\mathfrak{y})-(\mathfrak{x}\mathfrak{y})^2\right] = \frac{\mu^2}{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}\left[(\mathfrak{x}\mathfrak{x})(\mathfrak{y}\mathfrak{y})-(\mathfrak{x}\mathfrak{y})^2\right]$$

而シテ $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}$ ハ相接セナイトスレバ

$$(\mathfrak{x}\mathfrak{x})(\mathfrak{y}\mathfrak{y})-(\mathfrak{x}\mathfrak{y})^2 \neq 0$$

故ニ

$$\frac{\lambda^2}{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})} = \frac{\mu^2}{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}$$

即チ

$$(3)\quad \lambda : \mu = \frac{1}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} : \pm\frac{1}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}}$$

(3) ヲ (1) ニ代入シ求ムル $\mathfrak{z}$ トシテ

$$(4)\quad \begin{cases} \mathfrak{z} = \dfrac{\mathfrak{x}}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} + \dfrac{\mathfrak{y}}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \\[2ex] \bar{\mathfrak{z}} = \dfrac{\mathfrak{x}}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} - \dfrac{\mathfrak{y}}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \end{cases}$$

ヲウルト考ヘラレル。

而シテ $(\mathfrak{z}\bar{\mathfrak{z}})=0$ デアルカラ $\mathfrak{z}$ ト $\bar{\mathfrak{z}}$ ト互ニ垂直ニナルコトガ分ル。

以上非ユークリッド幾何學ニ於ケル公式ヲ相對幾何並ニ

球ノ幾何ニ應用シタノデアルガ同樣ナ應用ガ尚他ニアルコトト思フ。

$\mathfrak{w}$ナル球ガ斯ノ如キ$\mathfrak{z}$球ニ垂直ナル條件ハ

$$(5)\qquad \frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \pm \frac{(\mathfrak{x}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} = 0$$

トナル。

更ニ$\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ガ三ツノ與ヘラレタ球トシ此等ノ球ノ二ツ宛カラシテ求メタル(1)ナル球ノスベテニ$\mathfrak{w}$ナル球ガ垂直ナル條件ハ

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{(\mathfrak{y}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \pm \dfrac{(\mathfrak{z}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} = 0, \\[2ex] \dfrac{(\mathfrak{z}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}} \pm \dfrac{(\mathfrak{x}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} = 0, \\[2ex] \dfrac{(\mathfrak{x}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} \pm \dfrac{(\mathfrak{y}\mathfrak{w})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} = 0 \end{cases}$$

デアル。