469. 直線叢論 IV

武田楠雄（旅順中）

12°. 線叢 K ニ属スル線織面 Γ ガ $v=v(u)$ デ與ヘラレタトスル。Γ ノ像 C ノ接触平面ハ3点

$$p,\quad p_u+p_v v',\quad (\theta_u p_u+F_{11}p_3+G_{11}p_4)+2H_{12}p_5 v'$$
$$+(\theta_v p_v+F_{22}p_3+G_{22}p_4)(v')^2+p_v v''$$

ノ決定スル平面デアル。

コレト $\mathfrak{Q}_4$ トノ交リヲ像ニ持ツ3次元ノ図形ハ Γ ノ osculating regulus デアル。点 p ニ於ケル切線ハ p ト $p_u+v'p_v$ ヲ結ビツケル直線デアルガ今 v' ガ変ラズ v'' ノミ変ルモノトスレバ、コノトキニ得ラレル osculating regulus ノ集リハ R_5 ニ於テ

$p,\ p_u,\ p_v,\ (F_{11}p_3+G_{11}p_4)+2H_{12}p_5v'+(F_{22}p_3+G_{22}p_4)(v')^2$ ナル四点ヲ含ム平面ト $\mathfrak{Q}_4$ トノ交リヲ像ニ持ツ如キ1次線叢デアリ、ソノ準線ハ

$$\lambda:\quad (F_{11}+F_{22}(v')^2)\,p-2H_{12}v'p_4$$
$$\lambda_1:\quad (G_{11}+G_{22}(v')^2)\,p-2H_{12}v'p_3$$

デ、コレラハ明ニ交換ニヨツテ不変デアル。依ツテ

2ツノ異ナル焦曲面 (S_0, S_1) ヲ有スル線叢 K ニ於イテ一直線 p ガ S_0, S_1 ニ夫々 A_0, A_1 ニ於テ切スルモノトスル。今 K ニ属シ、直線 p ノ各点ニ於テ同一ノ切平面ヲ有シ且ツ互ニ1次ノ接触ヲナス如キ線織面ヲ考ヘルト、コレ等ノ直線 p ニ添フテノ接触半二次面ノ全体ハ一ツノ一次線叢 H デアリ、ソ

ノ準線ハ１ツハ（λ_0）A_0 ニ於ケル S_0 ノ切平面上ニアリテ A_0 ヲ通リ他ハ（λ_1）A_1 ニ於ケル S_1 ノ切平面上ニアリテ A_1 ヲ通リ，共ニ変換ニヨッテ不変ナル直線デアル。

特ニ $F_{\sigma\tau}du^{\sigma}du^{\tau}=0$ ガ満足サレルトキハ λ_0 ハ p_4 ニ一致シ，更ニモシKガW線叢ナルトキハ λ_1 ハ p_3 ニ一致スル。$G_{\sigma\tau}du^{\sigma}du^{\tau}=0$ ニツイテモ同様デアル。

今 v'' ノミナラズ v' モ亦変化スルトスルト、１次線叢 H ノ全体ハ１ツノ２次線網 Π トナル。

特ニ K ガ W 線叢ナルカ ∞^1 ノ *plat pencil* ノ集リナルトキハ Π ハ１次線網トナリ、ソノ極ハ R_5 ニ於イテ $F_{ii}p_3-G_{ii}p_4$ $(i=1$ or $2)$ ヲ以テ示スコトガ出来ル。

マタ $F_{11}=G_{11}=0$ ナル場合及ビ $F_{22}=G_{22}=0$ ナル場合ノ２ツノ ∞^1 ノ *plat pencil* ヲ *Wilczynski* ノ命名シタ如ク *relative linear Complex* ト名付ケレバKノ添付１次線叢ノ準線 p_3, p_4 ハコレ等ノ２ツノ *relative linear Complex* ノ交ハリノ *Congruence* ノ準線トナルハ明カデアル。

13°　前節頭初ノ所説ニヨリ線織面 Γ ノ接触半二次面ノ式示ヲ求ムレバ、コレガ２平面 pp_4, pp_3 ト交ハル点ハ

$$O_0:\quad \left(\tfrac{1}{2}(\lambda+\theta_u),\ \tfrac{1}{2}(F_{11}+F_{22}(v')^2),\ 0,\ -H_{12}v'\right)$$

$$O_1:\quad \left(\tfrac{1}{2}(G_{11}+G_{22}(v')^2),\ \tfrac{1}{2}H_{12}(\lambda+\theta_v v')v',\ -H_{12}v',\ 0\right)$$

デアルカラ A_0O_0 ハ λ_0, A_1O_1 ハ λ_1 ニ一致スル。

Γ 上 p ニ無限ニ近イ１直線 p' ヲトリ p' ニ對應スル

r ヲ r' トスレバ r' ハ

$$\frac{1}{2}\Big\{(F_{11}du^2+F_{22}dv^2)+\frac{1}{2}(F_{11}\theta_u du^3+F_{22}\theta_v dv^3)$$
$$-H_{12}du\,dv(L_1du+L_2dv)+\cdots\cdots\Big\}p$$
$$-H_{12}du\,dv\Big\{1-(L_1du+L_2dv)+\frac{1}{2}(\theta_u du+\theta_v dv)+\cdots\cdots\Big\}p_4$$

ナル形デアルカラ，今 s ヲ以テ A_0 ト r' ガ平面 pp_4 ヲ切ル点トヲ結ビツケル直線トスレバ

$$[s, r, p, p_4]$$
$$=L_1du+L_2dv$$
$$-\frac{(H_{12}N_1+\frac{1}{2}F_{11}\theta_v)du^2dv+(H_{12}N_2+\frac{1}{2}F_{22}\theta_u)du\,dv^2}{F_{11}du^2+F_{22}dv^2}$$
$$+\cdots\cdots\cdots$$

トナル。依ッテ

2ツノコトナル焦曲面 S_0, S_1 ヲ有スル線叢 K ヲ考ヘ，K ノ1直線 p ガ S_0, S_1 ニ切スル点ヲ A_0, A_1 トスル。マタ S_0 上 A_0 ニ於ケル p ノ調和共軛線ヲ p_4 トスル。
K ニ属スル線織面 Γ 上 p ニ無限ニ近イ一直線 p' ヲトリ；p 及ビ p' ニ添フテ Γ ニ切スル接触半二次面ヲ夫々 R 及ビ S トスル。今 R 及ビ S 任意ノ母線ガ A_0 ニ於ケル S_0 ノ切平面ニ交ハル点ヲ夫々 O_0 及ビ O_1 トシ，A_0O_0, A_0O_1 ヲ夫々 r, s ト名付ケレバ非調和比 $[s, r, p, p_4]$ ハ不変量

$$L_\alpha du^\alpha-\frac{3}{4}\,\frac{H_{\alpha\tau}F^{\lambda}_{\lambda\rho}du^\alpha du^\tau du^\rho}{F_{\alpha\tau}du^\alpha du^\tau}$$

ヲ主値トスル無限小デアル。

同様ニシテ不変量

$$L_\alpha du^\alpha - \frac{3}{4}\frac{H_{\alpha\tau}G^{\lambda}_{\tau\lambda\rho}du^\sigma du^\tau du^\rho}{G_{\alpha\tau}du^\sigma du^\tau}$$

ノ幾何學的意味ヲ得ル。

以上ニヨリテ不変量ノ意味附ケノ概要ヲ一先ヅ終ヘル。