433. 円系表面ニツイテ

松村　宗治（台北大）

下ニ例ノ様ニ考ヘル、今回轉表面上ニテ $\tau=const.$ ヲバ *Meridian* ニ $t=const.$ ヲバ *parallels* ニトルト $(\theta_t\theta_\tau)=0$ デアリ

(1) $$ds^2=dt^2+\frac{1}{(\theta_t\theta_t)}d\tau^2$$

デアル。ds ハ *linear element* デアル。$(\theta_t\theta_t)$ ハ t ノミノ函数デアル。尚亦 *total curvature* K ハ下ノ様ニナル。

(2) $$K=-\sqrt{(\theta_t\theta_t)}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}\right)$$

Spherical surface ニ向ツテハ $K=\frac{1}{a^2}$ デアル、ココニ a ハ常数デアル、コノ値ヲ (2) ニ代入シ、ソレヲ積分セバ

$$(3)\qquad \frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}=c\cos\left(\frac{t}{a}+b\right)$$

トナル。

但シ b, c ハ常数トス。モシ $b=0$ ナラバ *linear element* ハ

$$(4)\qquad ds^2=dt^2+c^2\cos^2\frac{t}{a}\,d\tau^2$$

トナル。

(3) ニテ $b=-\frac{\pi}{2}$ 及ビ $-\frac{\pi}{4}$ トオケバ

$$(5)\qquad ds^2=dt^2+c^2\sin^2\frac{t}{a}\,d\tau^2,$$

$$(6)\qquad ds^2=dt^2+c^2\cos^2\left(\frac{t}{a}-\frac{\pi}{4}\right)d\tau^2$$

トナル、亦 $K=-\frac{1}{a^2}$ トオイテ積分セバ

$$(7)\qquad \frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}=c_1\cosh\frac{t}{a}+c_2\sinh\frac{t}{a}$$

トナル、ココニ c_i ハ積分常数デアル。ソコデ此レ等ノ常数ノ何レカ又ハ両方ガ零化セシ場合ノ線素ヲ求メルト下ノ様ニナル。

$$(7)\qquad ds^2=dt^2+c^2\cosh^2\frac{t}{a}\,d\tau^2,$$

$$(8)\qquad ds^2=dt^2+c^2\sinh^2\frac{t}{a}\,d\tau^2,$$

$$(9)\qquad ds^2=dt^2+c^2e^{\frac{2t}{a}}\,d\tau^2.$$

尚 *spherical surface* ニ向ツテハ $\frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}$ ノ一般ノ型ハ

下ノ様ニナル。

$$(10)\quad \frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}=\phi(\tau)\cos\frac{t}{a}+\psi(\tau)\sin\frac{t}{a},$$

亦 pseudospherical surface ニ向ッテハ

$$(11)\quad \frac{1}{\sqrt{(\theta_t\theta_t)}}=\phi(\tau)\cosh\frac{t}{a}+\psi(\tau)\sinh\frac{t}{a}$$

デアル、コヽニ ϕ, ψ ハ τ ノ函数デアル。

次ニ W-circle-surface ヲ考ヘルコトニスル。ruled circle surface ノ linear element ハ下ノ様ニナル。

$$(12)\quad ds^2=dt^2+(\theta_t\theta_t)^{-1}d\tau^2$$

尚亦、total 及ビ mean curvatures ハ下ノモノニナル。

$$(13)\quad K=-\frac{g^2-(t-\alpha)^2}{(\theta_t\theta_t)^2},\qquad K_m=-\frac{\gamma(\theta_t\theta_t)+\beta'(t-\alpha)+\beta\alpha'}{(\theta_t\theta_t)^{\frac{3}{2}}}$$

但シ $(t-\alpha)^2+\beta^2=g^2$ デアル、尚 γ ハ τ ノ函数デアリ α, β ハ Eisenhart: Differentialgeo. p.299 ニアルノト同ジ意味ヲモッテイル。

而シテ principal radii ノ間ニ或関係が存在スル為メニハ

$$\frac{2(t-\alpha)}{\beta}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{\gamma g^2+\beta'(t-\alpha)+\beta\alpha'}{g^3}\right]-\left\{\frac{\beta^2\beta'-(t-\alpha)\left[\gamma g^2+2\beta'(t-\alpha)+3\beta\alpha'\right]}{g^5}\right\}\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{g^2}{\beta}=0$$

ナルコトが必要ニシテ且ツ充分ナル條件デアル。