432. 円系ノ幾何ニツイテ

松 村 宗 治（台北大）

Spherical surface Σ ニ於イテ其ノ total curvature が $+1$ ナリトシ lines of curvature ヲ其ノ媒介変数 $t=\text{const.}$, $\tau=\text{const.}$ ニトルトキハ $(\theta_t\theta_t)$, $(\theta_t\theta_\tau)$, $(\theta_\tau\theta_\tau)$ ハ下ノ様ニナル。

(1)　$(\theta_t\theta_t)=\tanh^2\omega$,　$(\theta_t\theta_\tau)=0$,　$(\theta_\tau\theta_\tau)=1$

此ノ記号ニツイテハ拙著論文（台北大、理農紀要第二巻第一号, p. 36 ヲ参照シタ）

然ルトキハ

(2)　$$\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial\tau^2}+\sinh\omega.\cosh\omega=0$$

デアル。（Bianchi, II, p. 436 ヲ参照シタ）

尚亦 Σ ノ spherical representation ヲ $\overline{\Sigma}$ トスルトキハソレニ向ッテハ

(3)　$(\overline{\theta_t\theta_t})=\coth^2\omega$,　$(\overline{\theta_t\theta_\tau})=0$,　$(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})=1$

デアル。

(3), (1) カラ分ル様ニ此ノ場合ニハ

$$(4)\quad (\overline{\theta_t\,\theta_t})(\theta_t\,\theta_t)=1,\quad (\theta_t\theta_\tau)=(\overline{\theta_t\,\theta_\tau})=0,$$

$$(\theta_\tau\,\theta_\tau)=(\overline{\theta_\tau\,\theta_\tau})=1$$

ガ成立ス。

次ニ円表面 $\overline{\overline{\Sigma}}$ ヲ一ツ別ニ任意ニ考ヘテ其ノ曲率線ガ Σ ト同ジ線ニヨツテ球上ニ表ハサルヽモノトセバ

$$(5)\quad \frac{D}{D''}=\frac{\sqrt{(\overline{\overline{\theta_t\,\theta_t}})}}{\sqrt{(\overline{\overline{\theta_\tau\,\theta_\tau}})}}\cot h\,\omega,\quad D'=0$$

ガ成立ツ、コヽニ D, D', D'' ハ $\overline{\overline{\Sigma}}$ ノ普通ノ意味ノ第二基本量デアル。(*Bianchi, Legioni*, I, p. 150 ヲ参照)。

コヽニ $(\overline{\theta_t\,\theta_t})$,-------, $(\overline{\overline{\theta_t\,\theta_t}})$,-------- ハ夫レ夫レ $\overline{\Sigma}$, $\overline{\overline{\Sigma}}$ ニ對スル $(\theta_t\theta_t)$ ニ相對スル量デアル。

(5) ヨリ分ルヤウニ $t=const.$, $\tau=const.$ ハ $\overline{\overline{\Sigma}}$ 上デ *conjugate system* ヲ形成スルコトガ分ル。

尚又 $\overline{\overline{\Sigma}}$ 上ニテ *asymptotic lines* ノ式ハ

$$(6)\quad \sqrt{(\overline{\overline{\theta_t\,\theta_t}})}\ \cos h\,\omega\ dt^2+\sqrt{(\overline{\overline{\theta_\tau\,\theta_\tau}})}\ \sin h\,\omega\ d\tau^2=0$$

トナル、此場合 *Minimal lines* ノ式ハ

$$(7)\quad (\overline{\overline{\theta_t}}\,\theta_t)\,dt^2+(\overline{\overline{\theta_\tau}}\,\theta_\tau)\,d\tau^2=0$$

デアル、ソコデ (7) 及ビ (6) ノ左辺ヲ夫々 f_1, f_2 トオケバ、スデニ知ラルヽ如ク

$$J(f_1, f_2)=0,\quad J(f_1, J(f_1, f_2))=0,$$

$$J(f_2, J(f_1, f_2))=0.$$

ハ夫々 $\overline{\overline{\Sigma}}$ 上ノ *lines of curvatures, lines of torsion* 及ビ *characteristic lines* ヲ表ハス。(東北数誌, 12,

p. 237 ニ於ケル小倉博士ノ論文参照)。

尚亦

$$\frac{1}{R}=\frac{f_2}{f_1}$$

ナル $\frac{1}{R}$ ハ吾人ノ円系表面 Ξ ニ對スル normal curvature ニナル。

其ノ他 Ξ 表面ニ對スル重要量ハ f_1, f_2 ノ係數カラ求メラレル。