

423. 或種ノ積分方程式ニツイテ (▽)

泉 信一 (東北大)

北川 敏男 (阪大)

本誌デ、上ノ表題ノ下 = (I) — (III) デ述ベタコトヲ日本
 數學輯報・第十二卷ニノセマシタ。所ガ、最近 *Fetral blatt*
 ニ於ケル *Bochner* ノ紹介デハ、定理ガ少シ変ダトイフ様
 ニ書イテアリマス。コレニ関シテ、著者ハ、*Bochner* ノ批
 判ガ當ヲ得テ居ナイト云フノデハアリマセンガ、併シ不十分
 ナ所ハ、定理ノ書方及ビ説明ノ不充分ナトコロガニヶ所、問
 違ガ一ヶ所アリ、コレヲハ補正又ハ訂正シウルモノト思ヒ
 マス。

先ツ §2 定理 1 ニ於イテハ、*Schiurer* ノ次ノ定理
 — ヨク知テレタモノデス — ガ用テアリマス。

定理. 累級數 $\alpha(t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} t^{\nu}$ ノ收斂半徑 $\Rightarrow a > 0$

トシ、 $0 < \rho < a$ ナ任意ノ半徑 ρ ノ内ヲ $\alpha(t)$ ト *multi-*
plicities ニコトテ同ジ零點ヲモツ多項式

$$\alpha_{\rho}(t) = t^m + a_{\rho, m-1} t^{m-1} + \dots + a_{\rho, 1} t + a_{\rho, 0}$$

ヲ作ル。然ルトキ

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} f^{(\nu)}(x) = 0, \quad -\infty < x < \infty$$

ヲ満足シ、且ツ

$\{D^{\infty}, \rho\}$ -class = 属スル解ハ

$$\sum_{k=0}^m a_{g,k} f^{(k)}(x) = 0, \quad -\infty < x < \infty \quad (a_{g,m} = 1)$$

ノ解ト一致スル。コト = $[D^{\infty}, g]$ -class トハ、

任意ノ自然數 n = ツイテ

$$\overline{\lim}_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|f^{(n)}(x)|} \leq g$$

$$\overline{\lim}_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[n]{|f^{(n)}(x)|} \leq g$$

トモ如キ、 $(-\infty, \infty)$ デ定義オレタ、無限回微分可能ナル函数 $f(x)$ ヲ意味スル。

コノ定理ト、方程式

$$1 - \frac{1}{2u} (e^u - e^{-u}) = 0$$

ノ根ノ分布ヲ考慮シ、且ツ $g = e^{\lambda} =$ トルトキハ、

Theorem 1 ハ明カニ成立スル。

次ニ、" $f(x)$ is of the form

$$f(x) = \sum_{k} a_k e^{\lambda_k x} "$$

トイフ言葉ガ各々ノ定理ノ中ニ表ハレテ居リマス。右辺ガ有限項ノ summation ナラバ、問題ニナリマセンガ、無限項カラナルトキハ説明ヲ要スル、コトデハ Valiron ノ定理ニ於ケルト同ジ意味デス。乃チ右辺ノ級數ガ絶対收斂デアルトキハ、上ノ様ニカケル。

以上ノ様ニ説明ガ Theorems 2, 3, 5 = 於イテ必要ト言ハバ必要デス。

最後ニ、Theorem 5 = 於イテハ、" λ_k is the

root of the equation

$$\lambda^n - \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^k \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi_k(t) = 0$$

such that $|R(\lambda_k)| < A$ ----- "トイフトコロハ、下線ノ引イテアル所=ハ、" $|R(\lambda_k)| < A$ ナル如キ λ_k ノ個數ハ高々有限個デアアル"トイフ條件ヲ附加シナケレバナリマセン。ユノ点全ク手落デシタ。ソレ=ヨリ Theorem 1ハ全ク Theorem 5ノ特別ノ場合=ナリマス。

以上ノ補ヒ=ヨリ、(I) — (III)ノ結果ハ活キヲクルト思ヒマス。

尚序=、(IV)ニ関シテ言申シ上げマス。

$$f(x) = O(e^{g(x)})$$

=ツイテ、 $g(x)$ ノ orderヲ充分大=スルノガ (IV)ノ目標デアシタ。コレ=ハ、(I)ノ Theorem 2ニ於ケルト同様、Schürerデナク Valironノ定理ヲ用ヒナケレバナラナカッタ所以ハソコ=アリマス。