414. 相對微分幾何ニツイテ

松村宗治(台北大)

相對的微分幾何デハイツモノ様ニ

(1) $$dS = q\,ds$$

ガ成立ツ。サテ(1)ヨリ

(2) $$(dS)^2 = q^2 (ds)^2$$

デアル、(2)ヲ

(3) $$(dS)^2 = q^2\{(dx)^2 + (dy)^2\}$$

トオク、(3)ヨリ

(4) $$\frac{1}{q^2} = \left(\frac{dx}{dS}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dS}\right)^2$$

ガ從フ。故ニ

(5) $$\int_0^{2\pi} \frac{dS}{q^2} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{dx}{dS}\right)^2 dS + \int_0^{2\pi} \left(\frac{dy}{dS}\right)^2 dS$$

デアル。サテ今

(6) $$\begin{cases} x = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nS + a'_n \sin nS), \\ y = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos nS + b'_n \sin nS) \end{cases}$$

トオケバ $\mathscr{C}$ 曲線ノ面積 F ハ下ノ如シ。

$$F = \int x\,dy = \int_0^{2\pi} x \frac{dy}{dS} dS$$

(7) $$= \pi \sum_{n=1}^{\infty} n (a_n b'_n - a'_n b_n)$$

亦 $2L = \int_0^{2\pi} \frac{dS}{q^2}$ トオケバ (5) ヨリ

(8) $$2L = \pi \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (a_n^2 + a_n'^2 + b_n^2 + b_n'^2)$$

デアリ (7), (8) ヨリ

$$(9)\quad 2(\mathrm{L}-\mathrm{F})=\pi\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(n^2-n)(a_n^2+a_n'^2+b_n^2+b_n'^2)+n\left[(a_n-b_n')^2+(a_n'+b_n)^2\right]\right\}$$

トナル、(9) ヨリ F ハ L ヨリ常ニ小デ L ニナリシトキ最大ニナル、且ツソノ時ハ

$$a_1=b_1',\quad a_1'=-b_1 \quad \text{且ツ } n>1 \text{ ノ時}$$

$$a_n=a_n'=b_n=b_n'=0$$

デアル。コノ事ヨリ

$$(10)\quad x=a_0+a_1\cos S+a_1'\sin S,$$

$$y=b_0-a_1'\cos S+a_1\sin S.$$

トナリ円ヲ表ハスコトが分ル

以上ハ普通知ラル。*isopérimètres* ノ問題ノ一般化デアル。

上述ハ唯一例デアッテ Fourier 級数ヲ相對微分幾何ニ應用スルコトが出來ル。