409. 一次元複体ノTopologie

小松醇郎（阪大）

一次元複体ニ適當ナ條件ヲ附ケ加ヘルト一般ノn次元複体ヲdarstellenシi $(0 \leqq i \leqq n)$次元Homologiegruppe, Kettenringe (K. Reidemeister) 等ヲ定義スルコトガ出來ル。逆ニ任意ノn次元複体ガ與ヘラレレバソレヲdarstellenスル一次元複体ヲ作ルコトガ出來ル。

n次元複体トハ普通ノ意味ノKomplexノミナラズ尚廣イ意味ノKomplexデ宜シイ。Bilz[1]ヤReidemeister[2]ノ複体ヨリモ廣クトリ，條件ヲ加エテ範囲ヲ狭メレバ普通ノ複体トナル．Reidemeisterノ企テタ如ク"複体ノ公理化"ニ對シテ意義ヲ持ツ。

一次元複体 K′. Eckpunkt $(a_1, \cdots\cdots, a_\alpha)$

Strecke $(b_1, \cdots\cdots, b_\beta)$

Inzidenzrelation $\varepsilon(a_i, b_j) = +1, 0.$

Weg. ω. $a_{i_1} a_{i_2} \cdots\cdots a_{i_m}$

[茲ニa_{i_j}ト$a_{i_{j+1}}$トハ共通ニInzidentナルレツノStrecke b_jノ存在スルモノトス。]

geschlossen. $a_{i_1} = a_{i_m}$

---

1) Bilz: Beitrag zu den Grundlagen der kombinatorischen Analysis situs. Math. Zeit. 18 Bd.

2) K. Reidemeister: Die Fundamentalgruppe von Komplexen. Math. Zeit. 1935.

n次元複体ト考ヘルタメ＝ハ次ノ條件ヲ充スOrientierter一次元複体ノミヲ採ル。

$b=(a_1, a_2)$ ナラバ

$\varepsilon(a_1, a_2) = -\varepsilon(a_2, a_1) = 1$

ト定メルトキ

① 二点ヲ連スル任意ノWeg＝ヨルε-Summeハ一意＝定マル。

② ε-Summe $+n$＝達スルWegガ存在シn以上＝ハナラナイ。

此ノ一次元Komplex＝次ノ如ク群ヲ定義シ，darstellenスルn次元KomplexノFundamentalgruppeトスル．(Reidemeister).

K′ノ普通ノ意味ノWegeklassengruppeハfreie gruppe f. ソレ＝，Relationenトシテ四点ヲ含ム閉道ガεノ符号変化一回ノミ生ズルモノ及ビソノKlasseヲEinheitsweg. ソレハfノnormalteiler R_2.

③ $\mathfrak{G}_2 = f/R_2$.

條件①ヨリ奇数個ノ点ヲ含ミ閉道ハ存在セズ，又一次元複体デアルカラ二点ノミヲ含ム閉道ハ存在セズ．上ノ定義ノ適當ナルヲ知ル。

同様＝k次元Homologiegruppeハ

$\mathfrak{M}$： 任意ノAbelsche Gruppe (Koeffizientenbereich).

k-te. gruppe von Komplex K′ハKetteノ群.

$$z^k = \sum_{i=1}^{\alpha_k} x_i a_i^k \qquad x_i \in \mathfrak{M}.$$

茲デ a_i^k トハ②ノ條件ヨリ $\varepsilon(a_i, a_j)=1$ ナラバ a_i ノ次元 a_j ノ次元ヨリ1ダケ高イト規約シタ k 次元 Zelle ヲ表ハスト考ヘル、斯ク定メ得ルコトハ ① ノ條件ニヨル。

Randoperator. $R(x a_i^k) = \sum_j \varepsilon_{ij} x a_j^{k-1}$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon(a_i^k, a_j^{k-1})$$

j ハ a_i^k ト $\varepsilon_{ij}=1$ ナルモノ凡テ.

Rand (z_1^k) + Rand (z_2^k) = Rand $(z_1^k + z_2^k)$.

Rand 0 = ナル Kette ハ Untergruppe $\mathfrak{G}^k$.

$$\mathfrak{L}^k / \mathfrak{G}^k \approx R_1^{k-1}$$

Homologiegruppe.

$$\mathfrak{H}_1^{k-1} = \frac{\mathfrak{G}^{k-1}}{[\mathfrak{G}^{k-1}, R_1^{k-1}]} \approx \frac{(\mathfrak{R}^{k-1}, \mathfrak{G}^{k-1})}{R_1^{k-1}}$$

$$\mathfrak{H}_2^{k-1} = \frac{\mathfrak{G}^{k-1}}{[\mathfrak{G}^{k-1}, R_2^{k-1}]}, \quad 茲 = \frac{R_1^k}{[R_1^k, \mathfrak{G}^k]} \approx R_2^{k-1}$$

此ノ一次元複体及ビソノ群ハ、a_i^k ヲ k次元 Zelle, $\varepsilon(a_i^k, a_j^{k-1}) \neq 0$ ノトキ a_j^{k-1} ハ a_i^k ノ Seitenzelle ト考ヘタ、唯ソレダケガ定メラレタル次元 Komplex ノ模型、ソレガ普通ノ意味ノ Komplex ノ性質ヲ持タセルタメニ次第ニ一次元 Komplex ニ條件ヲ加ヘル。

m-te Fundamentalgruppe: $2i\ (2 \leqq i \leqq m)$ 個ノ

点ヲ含ム閉道デモ符号ノ変化一回ノミ生ズルモノヲ Einheitsweg トスル。

之デ Relationen ガ作ル Normalteiler R_{2m}.

④ $\mathfrak{G}_{2m} = \mathfrak{f}/R_{2m}$.

n-te Fundamentalgruppe ヲ採ッテオケバ Reidemeister ノ所謂 Überdeckung (Crelle Jour. 173 Bd. Heft 3) ガ此ノ一般ノ komplex ニ就キ定義出来ル。

唯 Randoperator ヲ二回行ッテモ 0 element ニ到達ハシナイ。