

395 相對微分幾何 = ツイテ

松村 宗治 (台北大)

(I) 相對微分幾何, 公式

$$r = \frac{p}{g}$$

テ $p = p_1 + p_2^i$, $g = g_1 + g_2^i$ ト + ツタ場合ヲ再ビ考ヘ相對的距離 r ガ

$$r = r_1 + r_2^i$$

＝ ナツタトスルト

$$p_1 = r_1 q_1 - r_2 q_2, \quad p_2 = r_1 q_2 + r_2 q_1$$

トナル、但シ $i = \sqrt{-1}$ デアル。

而シテ相對微分幾何ニ関スル公式ハ下ノ様ニナル。

$$S = \int (q_1 + i q_2) d\bar{S}(y), \quad \sigma = \int (q_1 + q_2^i) d\bar{S}(u),$$

$$2I(y) = \int \frac{(r_1 q_1 - r_2 q_2) + i(r_1 q_2 + r_2 q_1)}{q_1 + i q_2} dS,$$

$$S = \oint \frac{(r_1 q_1 - r_2 q_2) + i(r_1 q_2 + r_2 q_1)}{q_1 + i q_2} d\sigma \quad \text{等}$$

但シ記号ニツイテハ *Russ* 氏ノ論文 (*Jap. Journ. of Math.* 4, p. 57) ヲ採用シタ。

(II) 相對微分幾何學ニ於テ

$$(1) \quad dS = g d\bar{S}$$

ナル公式ガアルカラ、 y 表面ノ u 表面ニ對スル相對微分幾何ヲ考ヘル場合ニ y ノ相對的極小曲線ハ y ノ初等的極小曲線ト一致スルト考ヘラレル。

ソコテ y ノ極小曲線ノ方程式ヲ

$$(2) \quad r_{11} du^2 + 2r_{12} du dv + r_{22} dv^2 = 0$$

トスルト

$$(3) \quad r_{11} : r_{12} : r_{22} = E : F : G$$

デアアル。コノ E, F, G ハ y ノ初等的第一階基本量ニアリ。 r_{ik} ナル y ノ相等的第一階基本量ト定義スル。

(3) が成立スルが故ニ、ニツノ曲面 $\varphi, \overline{\varphi}$ ノ媒介変數 u, v ノ同一ノ値ニ對應スルニ点ヲ互ニ對應セシムルトキ相對應スル曲線ノ相對的ノ長サが常ニ相等シキタメニハ双方ノ曲面ノ第一階基本量ノ間ニ

$$(4) \quad r_{11} = \overline{r}_{11}, \quad r_{12} = \overline{r}_{12}, \quad r_{22} = \overline{r}_{22}$$

が成立ツ。 (4) ノ等号ノ代リニ比例ヲナス場合ノ意味スル相對空間ニテ Tissot ノ *orthogonalsystem* ニ對スル條件等ヲ求めルコトが出来ル。

(III) 空間曲線ガ二重点及ビ尖点ノチイモノヲ考ヘ、其ノ上ノ一点 P ヲトレバ曲線上ノ他ノ点トノ間ノ距離ニハ極大が存在スル。ソノ極大ヲ與フル点 Q ヲ P ノ對点ト名ツクレバ P ニ對スル Q が唯一ツ存在シ、 PQ ノ長サが P ノ位置ニ無關係ニ一定シテオル場合ニ空間定幅曲線ト名ツケルコトハ藤原由生ノ定義デアリ。オテ相對的定幅曲線ハ上記距離ノ代リニ

$$(1) \quad d = \sqrt{g_1 g_2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$$

ヲ用フルベキデアリ。記號ハイツモノ通りデアリ。ソレテ次ノ事ガイヘル。

普通ノ定幅空間曲線が同時ニ亦相對定幅曲線ナルタメノ必要且ツ充テナル條件ハ

$$(2) \quad g_1 g_2 = \text{const.}$$

ナルコトデアリ。

(IV) 何レノ二点モソノ相對的距離が b ヲ超ヘサル任意ノ点ノ集合 (M) ヲ考ヘル。 (M) ニ屬スル一点 P ニ對シ (M)

= 属スレ Q ヲ 定メテ PQ ノ 相對的長サガ δ トナル場合ニハ
 Q ヲ P ノ 相對的對点ト名ツケル。 (M) ガ少クトモ一雙ノ
 相對的對点ヲ含ム場合ニハ δ ヲ 点集合 (M) ノ 相對的直徑又ハ
 相對的長幅ト名ツケル。

ソウスレト相對的定幅曲面ハ何レノ点モ相對的對点
 ヲ有スル相對的直徑 δ ノ 特殊ノ 点集合ニ外ナラナイコトニ
 ナル。

相對的直徑 δ ナル任意ノ 点集合ヲラバ、コレニ他ノ点
 ヲ附加シテ生ジタル 点集合ノ 相對的直徑ガ矢張り δ ナルヤウ
 ニシ最早ヤコレ以上ノ附加ガ不可能ナルニ及ンテ止メル。此
 ノ 最後ニ得ラレタ相對的直徑 δ ノ 点集合ヲ暫ク相對的直徑 δ
 ノ 完成集合ト名ケルコトニスル。

ソウスレト相對的空間定幅曲線ノ 完成集合ガコレヲ含ム
 相對的定幅曲面トナリ *pal* ⁽¹⁾、一 定理ヲ相對的ニ 拡張出來ル
 コトニスル。

(1) *Danske Vidensk. Selsk. Forhandl.* (1920).