386. 數學雜話

松村宗治（台北大）

（I） A. W. Richeson ハ American Journ. of Math. LII,（1930）, p. 425 ニ於イテ An Extension of Brahmagupta's Theorem ナル論文ヲアラハシテイルガ、コレハ容易ニ余ガ前々ヨリ述ベタヤウニシテ相對的ニ考ヘルコトガ出來ルカラ、結局 Brahmagupta ノ定理ノ拡張ノ亦拡張ヲ考ヘルコトガ出來ル。

（II） A-surface ノ相對幾何ヲ考フルタメニ亦

$$(1) \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial u\partial v}-\frac{\partial \log\sin w}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}-\frac{\partial\log\cos w}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v}=0$$

ヲ考ヘル、サテ

$$(2) \quad \frac{\partial \log\sin w}{\partial v}=0, \quad \frac{\partial\log\cos w}{\partial u}=0$$

即チ $w=\text{const.}$

ナラバ (1) ヲ満足スル ψ ハ次ノ型ヲ有ス。

$$(3) \quad \psi=\mathrm{U}+\mathrm{V},$$

ウヽニ U ハ u ノミノ函数、V ハ v ノミノ函數デアル、ソレデアルカラ A-surface ニ關スル A-surface ノ相對的距離 r ハソレガ卵形面ナリトシテ、次ノヤウデアル。

$$(4) \quad r=\frac{\mathrm{U}_0+\mathrm{V}_0}{\mathrm{U}_1+\mathrm{V}_1}$$

從ッテ R-sphere ニ向ッテハ

$$(5)\quad (\mathrm{U}_0+\mathrm{V}_0)+\mathrm{const}\,(\mathrm{U}_1+\mathrm{V}_1)=0$$

ガ成立ツ。

尚亦 (1) ニ於テ

$$(6)\quad \frac{\partial \log \sin w}{\partial v}=0 \qquad \text{即チ}\quad w=\sin^{-1}(e^{\mathrm{U}})$$

或ハ

$$(7)\quad \frac{\partial \log \cos w}{\partial u}=0 \qquad \text{即チ}\quad w=\cos^{-1}(e^{\mathrm{V}})$$

ナラバ吾々ノ相對的距離ハ quadratures ニヨリテ求メ得ラル。

尚亦 (1) ガ

$$(8)\quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial u \partial v}=-\frac{2\psi}{(1+uv)^2}$$

ニ reduce サルルナラバ (8) ニ對シテハ

$$(9)\quad r=\frac{2\left[u\phi_0(v)-vf_0(u)\right](1+uv)^{-1}+f_0'-\phi_0'}{2\left[u\phi_1(v)-vf_1(u)\right](1+uv)^{-1}+f_1'-\phi_1'}$$

トナル、添字ノ 0, 1 ハ二ツノ別ナル函数デアルコトヲ示シテイル。

尚亦 (1) ガ

$$(10)\quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial u \partial v}=\frac{1}{v}\,\frac{\partial \psi}{\partial u}$$

ニ reduce サルルナラバ (10) ニ對シテ

(II) $\gamma = \dfrac{v\mathrm{U}_0 + \mathrm{V}_0}{v\mathrm{U}_1 + \mathrm{V}_1}$

ヲ得。

以上相對的距離ニツイテ主トシテ述ベタガ相對微分幾何ニ於ケル其ノ他ノ基本量ニツイテモ求メルコトガ出來ル。

尚亦

$$-\frac{\partial \log \sin w}{\partial v} = \frac{2\mathrm{V}'}{\mathrm{U}+\mathrm{V}}, \quad -\frac{\partial \log \cos w}{\partial u} = \frac{2\mathrm{U}'}{\mathrm{U}+\mathrm{V}}$$

ナラバ

$$\gamma = \frac{(\mathrm{U}_0+\mathrm{V}_0)(\overline{\mathrm{U}}_1+\overline{\mathrm{V}}_1)}{(\mathrm{U}_1+\mathrm{V}_1)(\overline{\mathrm{U}}_0+\overline{\mathrm{V}}_0)}$$

デアル。

(III) 台北帝國大學理農學部紀要第二巻第一号デ自分ハ円系ニツイテ拙文ヲアラハシ

(1) $(\theta_t\theta_t)dt^2 + 2(\theta_t\theta_\tau)dt\,d\tau + (\theta_\tau\theta_\tau)d\tau^2$

ナル形式ヲ導入シタ。

(1)ニツイテ高須博士ノ御著論文: *Über die L-Minimalflächen*, III (東北帝大理科報告第二十四巻, 二月, 1936, p. 643) ト同様ノコトガイヘル。

(IV) 平面上ノ卵形線Cニ於テ弦ノ長サノ平方ガ常ニ對應スル弧ノ長サノ定数 $(=m)$ 倍ニ等シケレバ次ノ関係成立スル。

$$(\mathfrak{z}_1-\mathfrak{z}_2)^2=m\int_P^Q\sqrt{\mathfrak{z}'^2}\,dt$$

(Math. Zeit. 40, S. 420 ニ於ケル Gericke ノ論文ヲ参照シタ)此ノ式カラ

$$(\mathfrak{z}_1-\mathfrak{z}_2)(\mathfrak{z}_1'-\mathfrak{z}_2'K)=m(\mathfrak{z}_1'+\mathfrak{z}_2K)(\mathfrak{z}_1'-\mathfrak{z}_2'K)$$

トナリ最後ノ式カラ C ハ週期曲線又ハ

$$\{\mathfrak{z}_1-\mathfrak{z}_2\}/\!/\{\mathfrak{z}_1'+\mathfrak{z}_2'K\}$$

トナル。