378. 數學雜話

松 村 宗 治（台北大）

（I） 前ニ述ベシヤウニ A－*surface* 同志ノ相對微分幾何デハ

$$(1) \qquad \frac{\partial^2\psi}{\partial u\partial v}-\frac{\partial \log \sin \omega}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}-\frac{\partial \log \cos \omega}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v}=0$$

ノ *Particular solution* ヲ求メテソレヲ ω_1, ω_2 トセ

バ相對的距離 r ハ下ノ様ニナル。

$$(2)\quad r=\frac{w_1}{w_2}$$

特ニ *moulure surface* 同志ノ相對幾何ニナルト

$$(3)\quad r=\frac{\cos w.\ U_1+V_1}{\cos w.\ U_2+V_2}$$

トナルコトガ前ニノベタ Eisenhart ノ論文カラ分ル、従ッテ

$$(4)\quad \cos w\,(U_1+\mathrm{const.}\ U_2)+(V_1+\mathrm{const.}\ V_2)=0$$

ハ第一ノ表面ガ相對的球ナル條件デアル。

コヽニ U_i ハ u ノミノ函數，V_i ハ v ノミノ函數デアル。

尚更ニ

$$(5)\quad \psi=\cos w.\ U_1+V_1\ ,$$

及ビ

$$(6)\quad \psi=\cos w.\ U_2+V_2 .$$

ヲ

$$(7)\quad \begin{cases} x=\psi X+\Delta(\psi, X), \\ y=\psi Y+\Delta(\psi, Y), \\ z=\psi Z+\Delta(\psi, Z). \end{cases}$$

ニ代入シテ x, y, z ヲ求メルト各面ノ直角座標ガ分ル、ソレデ第一表面ノ第二表面ニ対スル他ノ相對的基本量ヲ計算スルコトガ出來ル。

(7) ノ記号ニツイテハ前記 Eisenhart ノ論文ヲ參照セ

ラルベシ。

亦 lines of curvature ノ同ジ spherical representation ヲ有スル A-Surface 同志ノ相對的幾何ニ於テ

$$\int (e^{a}-e^{-a})(cV_1-V_2)\,dv+(cU_1-U_2)=0$$

ハ相對的求ノ條件デアル、但シ a, c ハ常數デアル。

(II) Coolidge ハ Annals of Math. 21, p. 224 ニ於テ Mechanics ノ論文ヲ書イテイルガ、アレガソノマヽ相對的空間ニテモイヘル樣ニ思ハレル。但シ同論文ノ γ ノ代リニ例ノ

$$g_1 g_2 (\xi_1-\xi_2)^2.$$

ヲオクベキデアル。

(III) 東北數學誌 26, p. 107 ニ於ケル拙著定理 3 ハ亦相對的空間ニテ成立ス。

(IV) 余ハサキニ東北數學雜誌第三十四巻第百九十一頁ニ於テ論ゼシコトヲバ Blaschke: Integral geo. (Actualités Scientifiques et Industrielles. 252, Paris) ノ論文ノ樣ニ考究スルコトヲ得ベシ。

(V) Cesàro: Vorlesungen über natürliche Geo. (1926), S. 68 §48 ノ所論ハ相對微分幾何ニ於テモ成立スル。

但シ s ハ γ-curve length, ρ ハ radius of

γ-curvature デアルト思ヘバヨイ、其他コノ書物ノ中ニハ相對微分幾何デデモイヘルモノガアルデアロウ。

(VI) 円系表面上デハ極小曲線ハ

$$(\theta_t\theta_t)dt^2+2(\theta_t\theta_\tau)dt\,d\tau+(\theta_\tau\theta_\tau)d\tau^2=0$$

デ與ヘラルヽコトヲミタ、サテ此ノ二方向ノ間ノ角ヲψトセバ

$$\tan\psi=\frac{\sqrt{(\theta_t\theta_t)(\theta_\tau\theta_\tau)-(\theta_t\theta_\tau)^2}\sqrt{(\theta_t\theta_\tau)^2-4(\theta_t\theta_t)(\theta_\tau\theta_\tau)}}{2\left((\theta_t\theta_t)(\theta_\tau\theta_\tau)-(\theta_t\theta_\tau)^2\right)}$$

ナルコトガ分ル。（Weatherburn: Differential geo. (1927) p. 57 並ニ拙著當理農学部紀要第二巻第一号ニ於ケル論文参照）、此ノ種ノ論説ニツイテハ、余ハ台北帝大理農學部紀要第十五巻，第五号ニモ述ベテオイタ。

(VII) 以前コヽデ余ハ平面上ノ相對的極座標ニツイテ述ベタガ、ソレト同時ニ亦三次元空間ニ於ケル相對的回転表面ヲ考ヘルコトガ出來ル、ソレニハ初等的ノ場合ノ様ニ

$$\zeta=f(r(\bar{\varphi})),$$

即チ $$\zeta=f(\sqrt{q}\,R)$$

ト置ケバヨイ、（本會第七七号，p. 30参照）、此表面ノ式カラ初等的ノ場合ノ様ニ諸性質ヲ出シテユケバヨイ。

(VIII) 平面曲線ノ偏差φガ次ノ関係ヲ満足スルモノトスル。

$$\tan\varphi=A(s)+B(s)\rho+C(s)\rho^2$$

コヽニρハ曲率半徑、sハ曲線弧ノ長サデアル、然ルトキハ

リッカチ型ノ微分方程式

$$\frac{d\rho}{ds}=A(s)+B(s)\rho+C(s)\rho^2$$

ガ成立シ、従ッテ

$$\rho=\frac{p(s)C+g(s)}{\pi(s)C+K(s)}, \quad C=定數$$

ヲ得ベシ。今 ξ_i, η_i ハ最後ノ式ヲ満足スル ρ ノ値トセバ

$$\frac{\xi_2-\xi_3}{\xi_2-\eta_3}:\frac{\eta_2-\xi_3}{\eta_2-\eta_3}=-1$$

ガ成立スルコトニナル。

此ノ種ノ研究ニツイテハ余ハ以前台北大學理農學部紀要ヤ東北數學雜誌ニテ述ベタコトガアル。