371. 力學ヘノ相對微分幾何ニツイテノ注意

松 村 宗 治（台北大）

（I） 質点ガ直線運動ヲナセル場合ヲ考ヘ、ソレガ t 秒時間ニ d ダケ通過セルモノトセバ、イツモノ用フル記号ヲモッテ

(1) $$\sqrt{g_1 g_2 (y_1 - y_2)^2}\,/\,t$$

ハ其ノ平均速度ニナル。

マタ

(2) $$dS = g\,ds$$

ヨリ

(3) $$V = \frac{dS}{dt} = g\,\frac{ds}{dt}$$

ヲ得。(3)カラ次ノ事ガ分ル。

$$(\text{相對的速度}\,V) = g \times (\text{初等的速度})$$

(3)ヨリ加速度 A ノ式トシテ下式ヲ得。

(4) $$A = \frac{d^2S}{dt^2} = g\,\frac{d^2s}{dt^2}.$$

質量 m ノ物体ニ力 f ガ作用スルトキ時刻 t ニ於テ

(5) $$f = mg\,\frac{d^2s}{dt^2}$$

ガ成リ立ツ。

此ノトキ物体ノ初速度ヲ $\left(g\,\frac{ds}{dt}\right)_0$ トセバ時間 t ノ間ノ

力積Iハ下ノ如シ。

$$(6)\quad I = mq\frac{ds}{dt} - m\left(q\frac{ds}{dt}\right)_0$$

物体ニ力ガ作用シ、ソレヲ f トスル。ソレガ d ダケノ変位ヲナシ $\overline{\varphi}$ ナル方向ニ於ケルソレガナシタル仕事 W ハ下ノ様デアル。

$$(7)\quad W = f\cdot d\cos\overline{\varphi}$$

$$= mq\frac{d^2s}{dt^2}\cdot\sqrt{g_1g_2(\gamma_1-\gamma_2)^2}\cdot\cos\left(\sqrt{\Phi}\,\varphi\right)$$

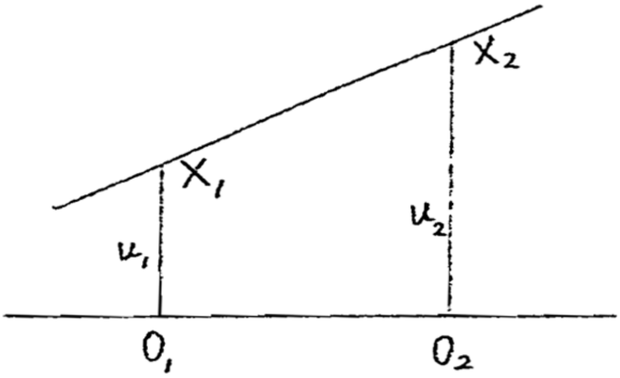
マタ質量 m ノ物体ニ不変ノ力 f ガ作用シソノ力ノタメニ物体ハ或ル径路ヲエガクモノトシ其ノ径路上ノ二点 A, B ニ於ケル速度ヲソレゾレ V_1, V_2 トセバ運動ノ Energy ノ変化ハ下ノ如シ。

$$(8)\quad \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\left(q\frac{ds}{dt}\right)_2\right\}^2 - \frac{1}{2}m\left\{\left(q\frac{ds}{dt}\right)_1\right\}^2$$

前便デ申上ゲタ相對微分幾何的力學ニツイテハ少々書キチガヒアツタ様ニ感ズルノデコヽニソレヲ訂正シ併セテ一,二ヲツケ加ヘタ。

(II) *Müller* ハ *tripolare Ebenenkoordinaten* ナルモノヲ *Sitzungsberichten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien,* Bd. C XXIII, S. 1—52 ニ考ヘテイルガソレヲ平面ノ場合ニツイテ考ヘルト次ノ様デアル。



直線上ニ二定点 O_1, O_2 アリソノ各点カラ O_1O_2 直線ニ垂線 OX_1, OX_2 ヲ引キ其レ等ノ長サヲ夫レ夫レ u_1, u_2 トセバ

$$f(u_1, u_2)=0 \cdots\cdots (1)$$

ヲ以テ直線ノ包絡スル曲線ヲ考ヘルノデアルガ、コレヲ相對幾何的ニ考ヘルト

$$f\left(\sqrt{g_1 g_2 (\xi_1-\xi_2)^2},\ \sqrt{g_3 g_4 (\xi_3-\xi_4)^2}\right)=0 \cdots\cdots (2)$$

ニナル、但シ g_1, g_3 ハ u 曲線上ノ定点トスル、且ツ $\overline{g_1 g_2}$, $\overline{g_3 g_4}$ ハ $\overline{g_1 g_3}$ ニ垂直トシテオク。

(1) ノ代リニ (2) ヲ考ヘテ上記初等的ノ場合ト相似ニ考究出來ル。

(III) 初等微分幾何学ニ次ノ定理ガアル。

平面曲線ノ曲率 $\frac{1}{\rho}$ ガ曲線弧 S ノ函数トシテ與ヘラレルトキハ曲線ハ運動ヲ除イテハ唯一ツ決定セラル。

此定理ハ相對微分幾何学ニテハ次ノ様デアル。

$$\frac{1}{\bar{\rho}(\xi)}=\frac{d\varphi}{d\bar{S}(\xi)}$$

$$\therefore\ \varphi=\int\frac{d\bar{S}(\xi)}{\bar{\rho}(\xi)}$$

サテ

$$\frac{dx}{d\bar{s}(\gamma)}=\frac{\cos\varphi}{g},\quad \frac{dy}{d\bar{s}(\gamma)}=\frac{\sin\varphi}{g}$$

デアル（日本數學輯報第四巻，p. 62 ニ於ケル Süss 君ノ論文參照）

コレヨリ

$$x=\cos\alpha\cdot x_0-\sin\alpha\cdot y_0+a$$

$$y=\sin\alpha\cdot x_0+\cos\alpha\cdot y_0+b$$

ヲ得ル、但シ

$$x_0=\int_0^{\bar{s}(\gamma)}\frac{1}{g}\cos\left(\int_0^{s(\gamma)}\frac{d\bar{s}(\gamma)}{\bar{\rho}(\gamma)}\right)ds(\gamma),$$

$$y_0=\int_0^{\bar{s}(\gamma)}\frac{1}{g}\sin\left(\int_0^{s(\gamma)}\frac{d\bar{s}(\gamma)}{\bar{\rho}(\gamma)}\right)ds(\gamma)$$

ニシテ α ハ次式ヲ滿足スル。

$$\int\frac{ds(\gamma)}{\rho(\gamma)}=\int_0^{s(\gamma)}\frac{ds(\gamma)}{\rho(\gamma)}+\alpha$$

ツマリ相對微分幾何デデモイヘル．

(IV) Straight lines 或ハ R.-straight ハ

$$\delta\int dS=0 \quad \text{或ハ} \quad \delta\int g\,ds=0$$

デ define サレル。