370. 相對微分幾何ニツイテ

松村宗治（台北大）

〔I〕 Eisenhart ガ American Journ. of Math. 27, p. 118 ニテ考ヘテイルA表面ヲニツトルト其ノ一方ノ他方ニ関スル相對的幅ハ下ノ式ウニナル。

$$2\frac{\left[\left\{\psi_2\xi_2+\Delta(\psi_2,\xi_2)\right\}-\left\{\psi_1\xi_1+\Delta(\psi_1,\xi_1)\xi_1\right]\right.}{(\psi_1\xi_1)+(\psi_2\xi_2)}$$

但シ ψ_1, ψ_2 ハ

$$(1)\quad \frac{\partial^2\psi}{\partial u\,\partial v}-\frac{\partial\log\sin\omega}{\partial v}\frac{\partial\psi}{\partial u}-\frac{\partial\log\cos\omega}{\partial u}\frac{\partial\psi}{\partial v}=0$$

ノ特別解デアリ $\Delta(\psi,\xi)$ ハ二次形式

$$d\sigma^2=\sin^2\omega\,du^2+\cos^2\omega\,dv$$

ニ関シテ形成シタル混合微分式デアル、尚平川氏ノ日本数學輯報第十二巻第四十六頁ニ於ケル相對的幅ノ定義ヲ採用シタ。

A表面ヲニツトリテ一方ノ他方ニ関スル相對的距離ハ(1)ニテ

$$\frac{\partial\log\sin\omega}{\partial v}=0 \quad 或ハ \quad \frac{\partial\log\cos\omega}{\partial u}=0$$

即チ

$$\omega = \sin^{-1}(e^{U}) \quad 或ハ \quad \omega = \cos^{-1}(e^{V})$$

ナラバ (1) ヨリ Quadratures ニヨリテ求メウルコトニナル。ナゼナラバ此ノ場合ニ (1) 式ノ解ハ Quadratures ニヨリ求メ得ラルヽカラデアル。

コヽニ U ハ u ノミノ函数 V ハ v ノミノ函数デアル。

(II) 質点ガ卵形線上平面運動ヲナスモノトシ時間ガ t ナル瞬間ニ於ケル質ノ変位ヲ S トセバ

$$(1) \quad \frac{dS}{dt} = \frac{d(q\,ds)}{dt} = \frac{dq}{dt}ds + q\frac{ds}{dt}$$

ハ相對的速度ヲ表ハス，又相對的加速度ハ

$$(2) \quad \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d^2(q\,ds)}{dt^2} = \frac{d^2q}{dt^2}ds + 2\frac{dq}{dt}\;\frac{ds}{dt} + q\frac{d^2s}{dt^2}$$

デ與ヘラル、コレハ一例デアルガ力學ノ方ヘモ相對微分幾何ガ應用出來ルデアロウ。

(1)，(2) ハ q 曲線上デノ速度，加速度ト相對的速度，加速度トノ関係デアル。

Blaschke: Differentialges. II, S. 145 ノ理論ヲバ力學ヘ應用出來ル、ソノタメニハ kinetische Energie T ハ

$$T = \frac{1}{2}w^2$$

ニ相當スルモノトミレバヨイ。ソシテ Whittaker:

Analytische Dynamik. S. 433 ノ議論ヲ一般化シ得ベシ。

(III) 彼ノ著 Science et hypothèse ニ於イテ Poincaré ハ半径 R ノ球ノ内部ノ空間ノ幾何ヲ考ヘ其ノ線素ハ

$$(1) \qquad \frac{ds}{R^2-r^2}$$

デ與ヘテイル．ds ハユークリッド的線素，r ハ球ノ中心カラノ其距離デアル。

尤モコノ公式ハ球内空間ノ代リニ円内空間ノ場合ニモ成立ツ。サテ此レヲ相對的ニ考フレバ矢張リ (1) ハ不変デ次ノ関係成立スル。

$$(2) \qquad \frac{dS}{\overline{R}^2-\overline{r}^2}$$

ナゼナラバ前ニノベタ様ニ

$$q\,ds=dS,$$
$$\sqrt{q}R=\overline{R},$$
$$\sqrt{q}r=\overline{r}.$$

デアルカラ此等ヲ (2) ニ代入セバ (1) が得ラレル．コヽニ $\overline{R}$, $\overline{r}$ ハ相對的半径，相對的距離デアル．而シテ式ノ型カラミテ (1),(2) ハ同型デアル。