358. 抽象空間ノ測度ニ就イテ（續）

寺阪英孝（阪大）

コノ前ノ(*)結果ニヨレバ、一ツノ $\mathfrak{N}$ 集合 O ハ, Inhalt ガ任意ノ正数 ε ヨリ小ナル abzählbar 個ノ $\mathfrak{N}$ 集合ニヨツテ蔽ハレル、ε ヲ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots\cdots, \frac{1}{n}, \cdots\cdots$ ノ如ク取ツテ行ケバ O ノ各点 x ハイカホドデモ Inhalt ノ小ナ $\mathfrak{N}$ 集合デ蔽ハレテヰルカラ、恰モ O ハ separabel デアルカノヨウニ見エル、然シ Inhalt ガ 0 ニ收斂シテモ Umgebung トシテソノ点ニ收斂シテユクトハ云ヘナイ故、以上ノコトカラ丈デ直チニ Separabel デアルト即断出来ナイワケデアル。

(*) 第79号 352, II ノ條件ハ次ノヤウニ訂正ヲ要シマス。

II. $O \subset O_1 + \cdots\cdots + O_n + \cdots\cdots$ ナラバ（有限又ハ abzählbar）

$m(O) \leq m(O_1) + \cdots\cdots + m(O_n) + \cdots\cdots$. 又定理1ノ証明デ

O_λ ハ単ニ $\subset O - (O_1 + \cdots\cdots + O_{\lambda-1})$ ダケデイイノデシタ。

若シI—Vノ外ニ更ニ次ノ條件ヲ附加ヘルト，*Separabel* 其他ガ簡單ニ出ル。

VI. 任意ノ $x \subset R$，x ヲ含ム Ω 集合 O ニ對シテ次ノ如キ $\varepsilon > 0$ ガ對應スル：

x ヲ含ミ *Inhalt* $< \varepsilon$ ナル Ω 集合ハ悉ク O ニ含マレル。

$\boxed{\text{定理 3}}$ I—VI ナラバ O ハ *separabel* デアル、即チ R ハ *im Kleinen separabel*.

（証）定理1ノ方法ニヨリ O ヲ *Inhalt* ガ $< \frac{1}{n}$ ナル *abzählbar* 個ノ Ω 集合デ蔽フ．（即チ O ヲソノトキノ証明デ有限個ノ $O_1, O_2, \cdots\cdots, O_{N-1}, O_1', O_2', \cdots\cdots$ 及ビ $O_N^*, \cdots\cdots$ デ蔽ヒ，各 Ω 集合ノ *Inhalt* ヲ $< \frac{1}{n}$ トシテ置ク）$(n=1,2,\cdots\cdots)$ コノ Ω 集合ヲ $O_1, O_2, \cdots\cdots, O_n, \cdots\cdots$ トスル、若シ任意ノ $x \subset O$ ヲ考ヘタトキ、コレヲ含ム $\{O_n\}$ ノ *Teilmenge* $O_{n_1}, O_{n_2}, \cdots\cdots, O_{n_\nu}, \cdots\cdots$ ガ x ノ *Umgebungssystem* $\{U(x)\}$ ニ *äquivalent* デアルコトガ分レバ、定理ハ証明サレタコトニナル、サテ

(i) 各 $O_{n_\nu} (\supset x)$ ハ *offen* ナル故 $O_{n_\nu} \supset U(x) \supset x$ ナル *Umgebung* $U(x)$ ガ存在スル。

(ii) 次ニ $\{O_n\}$ ノ性質カラ

$$(*) \quad \lim_{\nu \to \infty} m(O_{n_\nu}) = 0$$

ハ明カ、サテ $U(x)$ ヲ任意ニトレバ I ニヨリ $U(x) \supset O^* \supset x$ ナル如キ O^* ガ存在スル、ε ヲ適當ニトレバ VI ニヨリ

$O' \supset x$, $m(O') < \varepsilon$ ナル凡テノ O' ハ $\subset O^*$ ナル故，(*)ニヨリ十分大ナル ν ニ就イテハ $O^* \supset O_{n_\nu}$、即チ $U(x) \supset O_{n_\nu}$ ——

$\boxed{\text{定理4}}$ I—VI ナラバ R ハ *regulär* デアル。

(証) I — VI ヲ満足スル Ω 集合ハ R ノ *Umgebungssystem* ト考ヘラレル故，各 $O \supset x$ ニ對シテ $O \supset \overline{O^*} \supset x$ ナル如キ O^* ガ存在スルコトヲ云ヘバヨイ。

VI ニヨリ (O, x) カラ定マル $\varepsilon > 0$ ガアツテ、x ヲ含ミ *Inhalt* $< \varepsilon$ ナル Ω 集合ハ悉ク O ニ含マレル、O ノ *Rand* ハ IV ニヨリ *Inhalt* ノ総和ガ（従ツテ各 *Inhalt* モ）$< \frac{\varepsilon}{k}$ ナル如キ Ω 集合 $O_1, O_2, \cdots\cdots O_n$ ニヨツテ蔽ハレル。コヽニ k ハ V デ與ヘラレタ常数デ、$\geqq 1$ ト假定シテオク。（コレハ常ニ可能）

今 x ヲ含ミ，*Inhalt* $< \frac{\varepsilon}{k}$ ナル Ω 集合ノ一ツヲ O^* トスレバ，$\frac{\varepsilon}{k} \leqq \varepsilon$ ナル故 ε ノ性質カラ $O^* \subset O$，又 $O^* \cdot O_i = 0$ $(i = 1, \cdots\cdots n)$ ナルコトガ分ル。何者、$O^* \cdot O_i \neq 0$ ナラバ $m(O^*) < \frac{\varepsilon}{k}$，$m(O_i) \leqq \sum_{i=1}^{n} m(O_i) < \frac{\varepsilon}{k}$

ノコトカラ V ニヨリ O^*, O_i 双方ヲ含ミ *Inhalt* ガ $< k\frac{\varepsilon}{k} = \varepsilon$ ナル Ω 集合 O' ガ存在スルコトヽナリ、コレハ x ヲ含ンデ *Inhalt* $< \varepsilon$ ナル Ω 集合ガ $\subset O$ ナリトノ性質ニ反スル。

$$従ツテ\quad O^* \cdot \Big(\sum_{i=1}^{n} O_i \Big) = 0 \quad 故ニ\quad \overline{O^*} \subset O. ——$$

定理3,4カラ

$\boxed{\text{定理5}}$　I—VI ナル R ガ更ニ abzählbar 個ノ $\mathfrak{S}$ 集合デ蔽ヘルナラバ，R ハ metrisierbar デアル。

附記：　先日近藤氏カラ metrischer Raum R ガ endliches Maß ヲモツナラバ R ハ separabel デアル、トイフコトヲ考ヘテ頂キマシタガ、以上ハソノ逆ノヤウニナツテ居リマス。I—VI ノ條件ハモット減ラセルモノデセウカ。